UNIVERZITET U BEOGRADU

MILOŠ J. BANJAC

ZBIRKA REŠENIH ZADATAKA IZ TERMODINAMIKE

MAŠINSKI FAKULTET
Beograd, 2021.

ZBIRKA REŠENIH ZADATAKA IZ TERMODINAMIKE

Prof. dr Miloš J. Banjac

ZBIRKA ZADATAKA IZ TERMODINAMIKE
- I izdanje -

Recenzenti:
Dr Mirko Komatina, red. prof.
Dr Vladimir Stevanović, red. prof.

Izdavač:
MAŠINSKI FAKULTET
Univerziteta u Beogradu
Ul. Kraljice Marije br. 16, Beograd
tel. (011) 3370-760
fax. (011) 3370-364
www.mas.bg.ac.rs

Za izdavača:
Dekan, dr Radivoje Mitrović, red. prof.

Urednik:
Dr Milan Lečić red. prof.
Predsednik komisije za izdavačku delatnost
Mašinskog fakulteta u Beogradu

Tiraž: 500 primeraka

Štampanje I izdanja odobrila:
Komisija za izdavačku delatnost
Mašinskog fakulteta u Beogradu,
i
Dekan Mašinskog fakulteta u Beogradu
Odlukom br. 05/2021
od 12.3.2021. godine

Štampa:"Planeta print"
Ruzveltova 10, 11000 Beograd
www.planeta-print.co.rs

Beograd, 2021. godine

ISBN 978-86-6060-067-9

Predgovor

Ova zbirka rešenih zadatka namenjena svim studentima mašinske tehnike, a pre svega studentima osnovnih akademskih studija Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu, da im kao pomoćni udžbenik posluži lakšem savladavanju gradiva iz nastavnog predmeta Termodinamika B.

Budući da je poslednja zbirka zadataka iz termodinamike na Mašinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu objavljena daleke 2000. godine, ne računajući naknadna i dopunjena izdanja, kao i da je nakon toga, prelaskom 2005. godine na tzv. Bolonjski sistem obrazovanja došlo do bitnih promena nastavnih programa i formiranja novog predmeta Termodinamika B, jasno je da već dugi niz godina postoji potreba za objavljivanjem, novim okolnostima prilagođene zbirke zadataka iz termodinamike.

Zadaci objavljeni u ovoj zbirci pažljivo su birani tako da predstavljaju tipične probleme tehničke termodinamike, prilagođene nivou znanja studenata druge godine osnovnih akademskih studija. Izborom redosleda poglavlja, ali i redosleda zadatka u okviru svakog poglavlja, postepeno ih gradirajući od onih osnovnih i jednostavnih problema, za koja nisu potrebna prethodna znanja iz oblasti termodinamike, do onih kompleksnijih i složnijih, u kojima se korist prethodno stečena znanja, pokušano je da se složena i isprepletana oblast termodinamike, predstavi u nizu međusobno povezanih, a nepomešanih zadataka. Veći deo ove zbirke čine delimično prerađeni ili neprerađeni zadaci čiji su tekstovi, ali ne i rešenja već bili objavljeni u Mapi za termodinamiku, a koji su ili autorski zadaci sastavljani za potrebe pisanih ispita ili zadaci koji su bili napisani za potrebe izvođenja auditornih vežbi. Sa ciljem da naprave uvod i da obezbede postepen prelaz ovim kompleksnijim zadacima, u uvodnim delovima svakog poglavlja obično se nalaze i po nekoliko potpuno novih, za ove potrebe napisanih zadataka.

Kako bi se studentima omogućilo kvalitetnije i suštinsko razumevanja termodinamičkih procesa i kako bi studenti razvili sopstveni, a istovremeni univerzalni pristup rešavanja termodinamičkih problema, u većem broju rešenja zadataka dati su opisi i teorijska obrazloženja suštine fizičkih, odnosno termodinamičkih pojava koji se ostvaruju u zadatim procesima.

Želim da se zahvalim Mariji Vasliev, mast. inž. maš., studentkinji doktorskih studija i saradnici Katedre za termomehaniku, kao i Milici Antić, studentkinji osnovnih akademskih studija, na pomoći koju su mi pružile u završnoj fazi izrade ove zbirke zadataka.

Koristim ovu priliku da iskažem duboku zahvalnost pokojnom prof. dr Bogosavu Vasiljeviću, mom profesoru termodinamike, koji mi je nesebično prenosio svoja znanja, usmeravajući i oblikujući moje poimanje termodinamike. Želeći da njegovo ime i njegov doprinos razvoju termodinamike u Srbiji ostanu zabeleženi, sa dubokim poštovanjem i zahvalnošću mu posvećujem ovu zbirku zadataka.

Beograd,
januar, 2021. godine

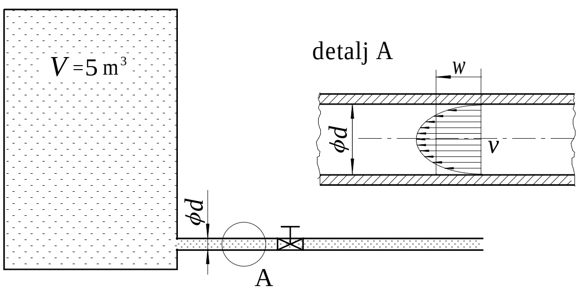
Prof. dr Miloš Banjac

Sadržaj

1. Termomehaničke veličine stanja

1.1. Rezervoar, zapremine $V = 5\ \mathrm{m}^3$, biva punjen gasom pomoću cevi, unutrašnjeg prečnika $d = 50\ \mathrm{mm}$ (slika 1/1). U rezervoaru, pre početka punjenja, bilo je $m_1 = 1\ \mathrm{kg}$ istog gasa. U trenutku prekida punjenja, gustina gasa u rezervoaru iznosila je $\rho_2 = 1{,}27\ \mathrm{kg/m^3}$.

Koliko je trajalo punjenje rezervoara, ako je specifična zapremina gasa, na poprečnom preseku dovodne cevi iznosila $v = 0{,}5\ \mathrm{m^3/kg}$, a srednja zapreminska brzina gasa $w = 2{,}5\ \mathrm{m/s}$?



Slika 1/1

Rešenje: Da bi se odredilo vreme punjenja rezervoara, neophodno je uspostaviti zavisnost između promene mase gasa u rezervoaru i specifične zapremine gasa u cevi, njegove brzine i vremena punjenja rezervoara.

Kako je promena mase gasa u rezervoaru $\mathrm{d}(m)_{\mathrm{rez}}$, jednaka je masi gasa koji se u njega utisne kroz cev $\mathrm{d}(m)_{\mathrm{cev}}$:

$$\mathrm{d}(m)_{\mathrm{rez}} = \mathrm{d}(m)_{\mathrm{cev}},$$

a maseni protok gasa kroz cev definisan izrazom:

$$q_m = \frac{\mathrm{d}(m)_{\mathrm{cev}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(\rho V)_{\mathrm{cev}}}{\mathrm{d}t} = \rho\, q_V = \frac{1}{v}\frac{d^2\pi}{4} w,$$

to se povezivanjem ova dva izraza dobija, da je promenu mase gasa u rezervoaru u zavisnosti od specifične zapremine gasa u cevi, njegove brzine i vremena punjenja moguće opisati izrazom:

$$\mathrm{d}(m)_{\mathrm{rez}} = q_m\, \mathrm{d}t = \frac{1}{v}\frac{d^2\pi}{4} w\, \mathrm{d}t$$

Integraljenjem ovog izraza:

3. Poluidealni gasovi

3.1. Kiseonik (poluidealan gas), količine $n = 3\,\mathrm{kmol}$, koji se nalazi u zatvorenom i nepokretnom termodinamičkom sistemu, menja svoje termo-mehaničko stanje od polazne temperature $\vartheta_1 = 500°\mathrm{C}$ do temperature $\vartheta_2 = 1500°\mathrm{C}$. Odrediti:

a) srednji specifični i srednji molarni toplotni kapacitet kiseonika za taj interval temperatura pri izohornoj promeni stanja;
b) promene specifične unutrašnje energije i specifične entalpije kiseonika;
c) količinu toplote predatu kiseoniku pri izobarnoj promeni stanja.

Rešenje: Kao i u modelu idealnog, tako se i u modelu poluidealnog gasa molekule gasa smatraju materijalnim tačkama, koje se kreću isključivo translatorno i pravolinijski. Između ovih molekula ne postoje ni privlačne ni odbojne međumolekularne sile, a svaki njihov međusobni sudar je centralan i u potpunosti elastičan. Zbog toga, i ovaj model gasa ima isti oblik termičke jednačine stanja kao i idealan gas:

$$pV = mRT\ .$$

Međutim, za razliku od modela idealnog gasa, kod koga se smatra da su veze između atoma u molekulu krute, u modelu poluidealnog gasa, uzima se u obzir da su ove veze elastične, pa osim translatornog kretanja molekula, u obzir se uzima da atomi u molekulu mogu još i da harmonijski osciluju oko svojih ravnotežnih položaja. Broj stepeni slobode harmonijskog oscilatornog kretanja takvog molekulskog sistema, odgovara ukupnom broju osa što spajaju središta masa pojedinih atoma u molekulu (Priručnik za termodinamiku, tabela 3.2.3.). Posledica uzimanja u obzir energije ovog oscilatornog kretanja je da promene unutrašnje energije i entalpije nisu proste linearne, već nelinearne funkcije zavisne od temperature gasa. Otuda su za ovu vrstu gasova i vrednosti molarnih i specifičnih toplotnih kapaciteta u procesima koji se ostvaruju pri nepromenjivoj zapremini (izohorni procesi) i procesima koji se ostvaruju pri nepromenjivom pritisku (izobarni procesi), nemaju stalne vrednosti nego su i oni nelinearne funkcije temperature gasa. Zbog toga se za njihovo određivanje koriste izrazi i vrednosti iz tabele 3.2.10. ili tabele 3.2.11. Priručnika za termodinamiku.

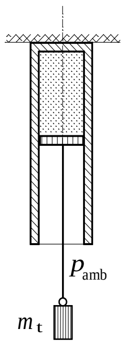
a) U skladu sa prethodno navedenim, za zadati slučaj, srednji specifični toplotni kapacitet kiseonika, pri izobarnoj promeni stanja, a za interval temperatura od $\vartheta_1 = 500°\mathrm{C}$ do $\vartheta_2 = 1500°\mathrm{C}$, može se odrediti pomoću izraza:

$$\bar{c}_p = c_p\,\Big|_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} = \frac{c_p\,\Big|_{0°\mathrm{C}}^{\vartheta_2}\cdot\vartheta_2 - c_p\,\Big|_{0°\mathrm{C}}^{\vartheta_1}\cdot\vartheta_1}{\vartheta_2-\vartheta_1}\,,$$

$$\bar{c}_p = c_p\,\Big|_{500°\mathrm{C}}^{1500°\mathrm{C}} = \frac{1071\cdot 1500 - 979{,}1\cdot 500}{1500-500} = 1{,}117\ \mathrm{kJ/(kg\,K)}\,,$$

gde su vrednosti specifičnih toplotnih kapaciteta za interval temperatura od $0°\mathrm{C}$ do $\vartheta_2 = 1500°\mathrm{C}$, $c_p\,\Big|_{0°\mathrm{C}}^{\vartheta_2} = 1071\ \mathrm{J/(kg\,K)}$, odnosno za interval temperatura od $0°\mathrm{C}$ do

4.5. U nepokretnom vertikalno postavljenom cilindru, unutrašnjeg prečnika $d_1 = 0{,}1\ \mathrm{m}$, nalazi se etan (idealni gas), što je odozdo hermetički zatvoren pokretnim klipom zanemarljive mase. O klip, koji može da se pomera bez trenja, okačen je teret mase $m_\mathrm{t} = 60\ \mathrm{kg}$ (slika 4/8). Pritisak okolnog vazduha iznosi $p_\mathrm{amb} = 0{,}1\ \mathrm{MPa}$, a stanje etana u cilindru, pri navedenom opterećenju jeste 1 ($V_1 = 0{,}04\ \mathrm{m}^3$, $\vartheta_1 = 20°\mathrm{C}$). Odrediti količinu toplote koja treba da se preda etanu da bi se njegova zapremina udvostručila, kao i zapreminski i korisno obavljeni zapreminski rad koji bi on obavio u ovoj termomehaničkoj promeni stanja.



Slika 4/8

Rešenje: Nepokretan, vertikalno postavljen cilindar, zatvoren pokretnim klipom koji nepropusno razdvaja radnu supstancu (etan) od okolnog vazduha, predstavlja još jedan model prostog zatvorenog termodinamičkog sistema. Zbog toga se energetsko stanje etana tokom ove promene stanja može opisati Prvim zakonom termodinamike:

$$Q_{1-2} + W_{V,1-2} = U_2 - U_1 \,.$$

Kako se etan smatra idealnim gasom, razlika unutrašnje energije etana na početku i na kraju procesa može se odrediti iz energetske jednačine za idealne gasove:

$$U_2 - U_1 = m c_V \,(T_2 - T_1)\,,$$

gde je sa c_V označen specifični toplotni kapacitet etana, idealnog gasa, pri promeni koja se dešava pri stalnoj zapremini.

Osim toga, opisani cilindar sa klipom, zato što klip na kome se nalazi teg može da se kreće bez trenja, istovremeno predstavlja i fizički model koji obezbeđuje održanje stalnog pritiska radne supstancije tokom procesa. Otuda sledi da sve promene stanja etana u ovom slučaju mogu da budu samo izobarne, odnosno da se količina predate toplote tokom procesa može odrediti iz izraza:

$$Q_{1-2} = m c_p \,(T_2 - T_1)$$

gde je sa c_p označen specifični toplotni kapacitet etana, idealnog gasa, pri promeni koja se dešava pri stalnom pritisku.

Nepoznata masa etana m može se odrediti iz jednačine stanja idealnog gasa:

$$m = \frac{p_1 V_1}{R T_1} = \frac{25057{,}12 \cdot 0{,}04}{276{,}4 \cdot 293} = 0{,}012\,376\ \mathrm{kg}\,,$$

gde je vrednost pritiska etana u polaznom ravnotežnom stanju p_1, određena iz jednakosti ovog pritiska i pritiska okolnog vazduha p_{amb}, umanjenog za vrednost pritiska izazvanog dejstvom tereta:

$$p_1 = p_{\mathrm{amb}} - \frac{m_{\mathrm{t}}\, g}{\frac{d^2 \pi}{4}} = 0{,}1 \cdot 10^6 - \frac{60 \cdot 9{,}81}{\frac{0{,}1^2 \pi}{4}} = 25057{,}12\,\mathrm{Pa}\ ,$$

a $R = 276{,}4\,\mathrm{kJ/(kg\,K)}$ vrednost gasne konstante etana, preuzete iz tabele 3.1.5. iz Priručnika za termodinamiku.

Budući da prema uslovu zadatka etan u stanju 2 zauzima dvostruko veću zapreminu, da se masa etana tokom procesa predaje toplote ne menja, kao i da opisani fizički model obezbeđuje stalnost pritiska etana tokom procesa ($p = \mathrm{idem}$, $p_1 = p_2$), nepoznata temperatura etana u stanju 2 može se odrediti iz termičke jednačine stanja idealnog gasa:

$$T_2 = \frac{p_2\, V_2}{R\, m} = \frac{p_2\, (2V_1)}{R\, m} = \frac{25057{,}12 \cdot 2 \cdot 0{,}04}{276{,}4 \cdot 0{,}012376} = 586\,\mathrm{K}\ .$$

Konačno, za ovaj izobarni proces, uz poznatu temperaturu etana u stanju 1, odnosno stanju 2, poznatu njegovu masu i poznatu vrednost njegovog specifičnog toplotnog kapaciteta, pri promeni koja se dešava pri stalnom pritisku $c_p = 1105{,}6\ \mathrm{kJ/(kg\,K)}$, preuzete iz tabele 3.1.5. iz Priručnika za termodinamiku, može se izračunati količina toplote koja treba da se preda etanu da bi se njegova zapremina udvostručila:

$$Q_{1-2} = m\, c_p (T_2 - T_1) = 0{,}012376 \cdot 1105{,}6 \cdot (586 - 293{,}16) = 4{,}007\,\mathrm{kJ} \ \approx 4\ \mathrm{kJ}.$$

Zapreminski rad se sada može se odrediti korišćenjem Prvog zakon termodinamike:

$$W_{V,1-2} = U_2 - U_1 - Q_{1-2} = -m\, R\, (T_2 - T_1) = -0{,}012376 \cdot 276{,}4 \cdot (586 - 293{,}16) = -1\,\mathrm{kJ}$$

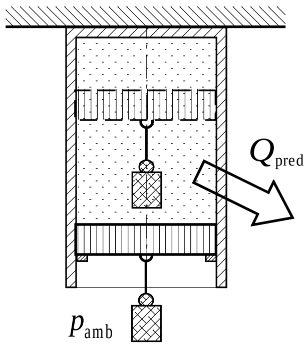
a koristan zapreminski rad, kao razlika zapreminskog i zapreminskog rada sabijanja okoline:

$$W_{V,\mathrm{kor},1-2} = W_{V,1-2} - W_{V,1-2}^{\mathrm{sab.ok}} = W_{V,1-2} + p_{\mathrm{amb}} (V_2 - V_1)\ ,$$

$$W_{V,\mathrm{kor},1-2} = -1 \cdot 10^3 + 0{,}1 \cdot 10^6 \left(0{,}08 - 0{,}04\right) = 3{,}0\ \mathrm{kJ}\ .$$

4.6. U nepokretnom vertikalno postavljenom cilindru, unutrašnjeg prečnika $d = 0{,}2$ m, koji je odozdo hermetički zatvoren pokretnim klipom, nalazi se ugljen-dioksid (idealan gas). O klip mase $m_{\mathrm{k}} = 3$ kg, koji se može da se pomera bez trenja, okačen je teret mase $m_{\mathrm{t}} = 98$ kg (slika 4/9). Pritisak okolnog vazduha iznosi $p_{\mathrm{amb}} = 0{,}1$ MPa , a pri opisanim uslovima ugljen-dioksid zauzima zapreminu $V_1 = 0{,}06\ \mathrm{m}^3$ i ima temperaturu $\vartheta_1 = 17°\mathrm{C}$. Odrediti količinu toplote koju bi trebalo da primi ugljen-dioksid da bi se on zagrejao na temperaturu $\vartheta_3 = 327°\mathrm{C}$, ako je kretanje klipa ograničeno graničnicima, koji ograničavaju zapreminu ugljen-dioksid na $V_{\max} = 0{,}1\ \mathrm{m}^3$.

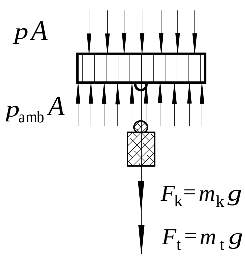
4.7. U nepokretnom vertikalno postavljenom cilindru, unutrašnjeg prečnika $d = 0,2$ m, koji je odozdo hermetički zatvoren pokretnim klipom (slika 4/11), nalazi se $m_{CO_2} = 0,075$ kg ugljen-dioksida (idealan gas). O klip, mase $m_k = 3$ kg koji može da se pomera bez trenja, okačen je teret mase $m_t = 98$ kg. Pritisak okolnog vazduha iznosi $p_{amb} = 0,1$ MPa. Ukoliko u polaznom položaju, klip leži oslonjen na graničnike, i u tom stanju ugljen-dioksida, temperature $\vartheta_1 = 327°C$, zauzima zapreminu $V_1 = V_{max} = 0,1\ m^3$, odrediti količinu toplote koju bi ugljen-dioksid trebalo da preda okolini da bi se on ohladio do temperature $\vartheta_3 = 17°C$.



Slika 4/11

Rešenje:

a) Promena stanja ugljen-dioksida, koji se nalazi u nepokretnom, vertikalno postavljenom cilindru, odozdo hermetički zatvoren pokretnim klipom, izazvana predajom toplote okolini, u opštem slučaju se sastoji od dve promene stanja. Prva promena 1-2, je izohorno hlađenje ugljen-dioksida, koje se ostvaruje sve dok je pritisak ugljen-dioksida veći od razlike pritiska okolnog vazduha i pritiska koji stvaraju klip i teret, a koji povlače klip nadole (slika 4/12):



Slika 4/12

$$p \geq p_{amb} - p_k - p_t = p_{amb} - \frac{m_k\, g}{\frac{d^2\pi}{4}} - \frac{m_t\, g}{\frac{d^2\pi}{4}} = 0,1\cdot 10^6 - \frac{3\cdot 9,81}{\frac{0,2^2\pi}{4}} - \frac{98\cdot 9,81}{\frac{0,2^2\pi}{4}} = 68461,5\ \text{Pa}\ .$$

Druga pomena stanja (2-3), je izobarno hlađenje ugljen-dioksida, koja se ostvaruje kada se klip pomera nagore i kada postoji ravnoteža između pritisaka ugljen-dioksida i razlike pritiska okolnog vazduha i pritiska koji stvaraju klip i teret, odnosno kada pritisak ugljen-dioksida ima stalnu vrednost:

$$p = p_{amb} - p_k - p_t = 68461,5\ \text{Pa}\ .$$

5. Drugi zakon termodinamike

5.1. U prividno ravnotežnom (kvazistatičnom) i izobarnom procesu, 10 kg kiseonika (idealnog gasa), biva zagrevano od temperature $T_1 = 300\ \mathrm{K}$ do temperature $T_2 = 900\ \mathrm{K}$. Odrediti promenu entropije toplotno izolovanog sistema u ovom procesu, za slučaj da toplotno izolovani sistem čine:

a) kiseonik i jedan toplotni izvor stalne temperature $T_{\mathrm{ti}} = 1000\ \mathrm{K}$;

b) kiseonik i jedan toplotni izvor stalne temperature kojom se ostvaruje minimalna promena entropije toplotno izolovanog sistema;

c) kiseonik i dva toplotna izvora stalnih temperatura, $T_{\mathrm{ti},1} = 600\ \mathrm{K}$ i $T_{\mathrm{ti},2} = 900\ \mathrm{K}$;

d) kiseonik i dva toplotna izvora stalnih temperatura, kojima se ostvaruje minimalna promena entropije toplotno izolovanog sistema;

Rešenje: Prema Drugom zakonu termodinamike, promena entropije toplotno izolovanog termodinamičkog sistema, koja nastaje pri procesima koji se u njemu ostvaruju opisuje se izrazom:

$$\Delta S_{\mathrm{tis}} = \sum_{i=1}^{n} \Delta S_{\mathrm{ti},i} + \sum_{j=1}^{m} \Delta S_{\mathrm{rs},j} + \sum_{k=1}^{r} \Delta S_{\mathrm{tp},k} \geq 0$$

gde:

$\sum_{i=1}^{n} \Delta S_{\mathrm{ti},i}$ predstavlja zbir promena entropija svih toplotnih izvora,

$\sum_{k=1}^{r} \Delta S_{\mathrm{tp},k}$ zbir promena entropija svih toplotnih ponora i

$\sum_{j=1}^{m} \Delta S_{\mathrm{rs},j}$ zbir promena entropija svih radnih supstanci koje se u njemu nalaze.

a) Za slučaj da se toplotno izolovani sistem sastoji od jedne radne supstance (kiseonika) i jednog toplotnog izvora stalne temperature, prethodni izraz za Drugi zakon termodinamike prelazi u oblik:

$$\Delta S_{\mathrm{tis}} = \Delta S_{\mathrm{rs}} + \Delta S_{\mathrm{ti}},$$

odnosno:

$$\Delta S_{\mathrm{tis}} = \Delta S_{\mathrm{O_2}} + \Delta S_{\mathrm{ti}}.$$

Kako se kiseonik smatra idealnim gasom, promena njegove entropije može se odrediti korišćenjem energetske jednačine stanja idealnog gasa, koja opisuje zavisnost između promene entropije i promene drugih termičkih veličina stanja:

$$\Delta S_{\mathrm{O_2}} = S_2 - S_1 = m\left(c_p \ln\frac{T_2}{T_1} - R\ln\frac{p_2}{p_1}\right).$$

Budući da se kiseonik zagreva u izobarnom procesu, prethodna jednačina prelazi u oblik:

$$\Delta S_{\mathrm{O_2}} = mc_p \ln\frac{T_2}{T_1}.$$

Uvrštavanjem mase, zatim vrednosti temperature kiseonika u polaznom i krajnjem stanju i vrednosti specifičnog toplotnog kapaciteta kiseonika pri izobarnoj promeni stanja

$c_p = 909{,}4$ J/(kg K), preuzete iz tabele 3.1.5 iz Priručnika za termodinamiku, dobija se vrednost promene entropije kiseonika u ovom procesu:

$$\Delta S_{O_2} = 10 \cdot 909{,}4 \cdot \ln\frac{900}{300} = 9990{,}8 \text{ J/K} .$$

Do vrednosti promene entropije izotermnog toplotnog izvora može se doći polazeći od izraza kojim se definiše veza između promene entropije, količine toplote i temperature supstance:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} .$$

Za slučaj da se temperatura toplotnog izvora tokom procesa ne menja, prethodni izraz prelazi u oblik:

$$\Delta S_{\text{ti}} = \frac{1}{T_{\text{ti}}}\int_1^2 \delta Q_{\text{ti}} ,$$

odnosno:

$$\Delta S_{\text{ti}} = \frac{Q_{\text{ti}}}{T_{\text{ti}}} = -\frac{Q_{1-2}}{T_{\text{ti}}} ,$$

gde je sa Q_{ti} označena količina toplote koju je toplotni izvor predao kiseoniku, a koja je po brojnoj vrednosti ista, a po znaku suprotna količini toplote koju primi kiseonik $Q_{\text{ti}} = -Q_{1\text{-}2}$. Količina toplote koju primi kiseonik, koji se smatra idealnim gasom, može se za slučaj izobarne promene stanja odrediti pomoću izraza:

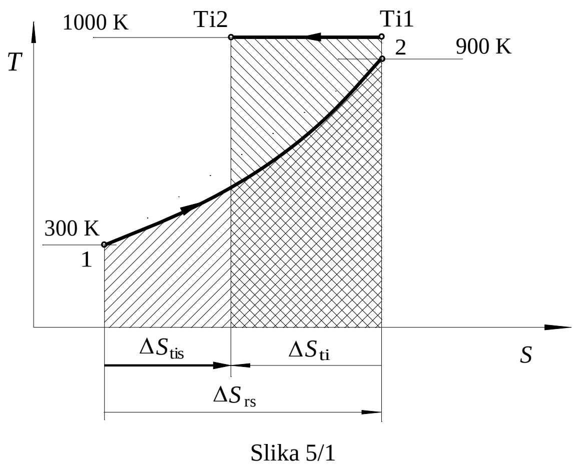
$$Q_{1\text{-}2} = m c_p (T_2 - T_1) = 10 \cdot 909{,}4 \cdot (900 - 300) = 5456{,}4 \text{ kJ} .$$

Sada se može izračunati i promena entropije izotermnog toplotnog izvora:

$$\Delta S_{\text{ti}} = -\frac{5456{,}4 \cdot 10^3}{1000} = -5456{,}4 \text{ J/K} ,$$

odnosno, promena entropije toplotno izolovanog sistema u ovom slučaju (slika 5/1):

$$\Delta S_{\text{tis}} = \Delta S_{O_2} + \Delta S_{\text{ti}} = 9990{,}8 - 5456{,}4 = 4534{,}4 \text{ J/K} .$$



Slika 5/1

6. Politropne promene stanja

6.1. Termomehaničko stanje vazduha (idealnog gasa), mase $m = 5\ \mathrm{kg}$, biva menjano u prividno ravnotežnom (kvazistatičnom) i politropnom procesu, od polaznog stanja 1 ($p_1 = 1\ \mathrm{MPa}$, $T_1 = 728\ \mathrm{K}$) do stanja 2 ($p_2 = 0{,}1\ \mathrm{MPa}$, $T_2 = 300\ \mathrm{K}$). Dati grafički prikaz ovog procesa u v, p i s, T koordinatnim ravnima i odrediti:

a) eksponent ove politropne promene stanja;
b) specifični toplotni kapacitet vazduha u ovoj promeni stanja;
c) promenu unutrašnje energije i promenu entalpije vazduha u ovoj promeni stanja;
d) količinu toplote koju preda vazduh tokom ove promene stanja;
e) zapreminski rad koji izvrši vazduh tokom ove promene stanja;
f) promenu entropije vazduha nastalu pri ovoj promeni stanja.

Rešenje: Prividno ravnotežne politropne promene stanja idealnih gasova, predstavljaju posebnu, ali u prirodnim procesima i najčešću promenu stanja idealnih gasova. Ove promene, pored uslova koje moraju da ispune da bi se ostvarile kao prividno ravnotežne, moraju da se ostvare i u uslovima nepromenjivog odnosa predate toplote i izvršenog mehaničkog rada ($\delta Q / \delta W = \mathrm{idem}$), što za posledicu ima, da specifični toplotni kapacitet gasa tokom promene ima stalnu vrednost:

$$c = \mathrm{idem}\,,$$

odnosno da se između veličina stanja uspostave dodatne relacije, kao npr. da je :

$$pv^n = \mathrm{idem}\,,$$

gde je $n = \mathrm{idem}$ i naziva se eksponent politropne promene stanja[5]. To dalje ima za posledicu da se predata količina toplote i izvršeni zapreminski rad i izvršeni tehnički rad u ovim procesima, mogu izračunati samo na osnovu poznate vrednosti mase gasa, eksponenta politropne promene stanja i početne i krajnje temperature gasa (ili neke druge dve veličine stanja). Za slučaj da se proces ostvaruje u zatvorenom termodinamičkom sistemu, za sve politropne promene (osim izotermne promene) stanja, predata količina toplote u procesu može se odrediti pomoću izraza:

$$Q_{1-2} = m\,c\,(T_2 - T_1) = m\,c_V\,\frac{n-\kappa}{n-1}(T_2 - T_1)\,,$$

a izvršeni zapreminski rad, pomoću izraza:

$$W_{V,1-2} = m\frac{R}{n-1}(T_2 - T_1)\,.$$

U slučaju da se proces ostvaruje u otvorenom (protočnom) termodinamičkom sistemu, za sve politropne promene (osim za izotermne promene) stanja, toplotni protok i izvršeni tehnički rad u jedinici vremena – tehnička snaga, mogu se odrediti pomoću izraza:

$$\Phi = q_m\,c\,(T_2 - T_1) = q_m\,c_V\,\frac{n-\kappa}{n-1}(T_2 - T_1)\,,$$

odnosno:

---

[5] Korišćenjem jednačine stanja idealnog gasa, mogu se izvesti i druge realcije između veličina stanja koje važe za politropne promene stanja, kao npr. $p\,T^{\frac{n}{1-n}} = \mathrm{idem}$ ili $T\,v^{n-1} = \mathrm{idem}$.

$$P_{\mathrm{teh}} = q_m \frac{n\,R}{n-1}(T_2 - T_1)\,.$$

Detaljan pregled ostalih izraza, za opšte i posebne slučajeve dat je u tabeli 6/1.

Tabela 6/1 - Osnovne politropne prividno ravnotežne promene stanja idealnog gasa

Promena stanja		Izohorska	Izobarska	Izotermska	Izentropska	Opšta politropska
		$v = \mathrm{idem}$	$p = \mathrm{idem}$	$T = \mathrm{idem}$	$s = \mathrm{idem}$	
Jednačina promene		$p^0 v = \mathrm{idem}$ $T^0 v = \mathrm{idem}$ $T p^{-1} = \mathrm{idem}$	$p v^0 = \mathrm{idem}$ $T v^{-1} = \mathrm{idem}$ $T^0 p = \mathrm{idem}$	$pv = \mathrm{idem}$ $T v^0 = \mathrm{idem}$ $T p^0 = \mathrm{idem}$	$pv^{\kappa} = \mathrm{idem}$ $T v^{\kappa-1} = \mathrm{idem}$ $T^{\kappa} p^{1-\kappa} = \mathrm{idem}$	$pv^{n} = \mathrm{idem}$ $T v^{n-1} = \mathrm{idem}$ $T^{n} p^{1-n} = \mathrm{idem}$
Odnosi veličina stanja između	$\frac{p_1}{p_2} =$	$\frac{T_1}{T_2} =$	1	$\frac{v_2}{v_1} =$	$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\kappa} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$	$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{n} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{n}{n-1}}$
	$\frac{v_1}{v_2} =$	1	$\frac{T_1}{T_2} =$	$\frac{p_2}{p_1} =$	$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$	$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{n-1}}$
	$\frac{T_1}{T_2} =$	$\frac{p_1}{p_2} =$	$\frac{v_1}{v_2} =$	1	$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\kappa-1}$	$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{n-1}$
Izvršen specifični rad usled promene zapremine $w_{V,1-2} =$		0	$-R(T_2 - T_1)$ $-p(v_2 - v_1)$	$RT \ln\frac{p_2}{p_1}$ $-p_1 v_1 \ln\frac{v_2}{v_1}$	$\frac{R}{\kappa-1}(T_2 - T_1)$ $-\frac{p_1 v_1}{\kappa-1}\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]$	$\frac{R}{n-1}(T_2 - T_1)$ $-\frac{p_1 v_1}{n-1}\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$
Predata specifična količina toplote, $q_{1-2} =$		$c_V (T_2 - T_1)$ $\frac{v(p_2 - p_1)}{\kappa-1}$	$c_p (T_2 - T_1)$ $\frac{\kappa}{\kappa-1} w_{V,1-2}$	$-w_{V,1-2} = -w_{\mathrm{teh},1-2}$ $RT \ln\frac{v_2}{v_1}$	0 0	$c_v \frac{n-\kappa}{n-1}(T_2 - T_1)$ $\frac{\kappa-n}{\kappa-1} w_{V,1-2}$
Izvršen specifični tehnički rad, $w_{\mathrm{teh},1-2} =$		$v(p_2 - p_1)$	0	$w_{V,1-2} = RT \ln\frac{p_2}{p_1}$	$\kappa w_{V,1-2}$	$n \cdot w_{V,1-2}$
Promena specifične entropije gasa, $s_2 - s_1 =$		$c_V \ln\frac{T_2}{T_1}$	$c_p \ln\frac{v_2}{v_1}$	$R \ln\frac{v_2}{v_1}$	0	$c_V \frac{n-\kappa}{n-1} \ln\frac{T_2}{T_1}$
Promena specifične unutrašnje energije, $u_2 - u_1 =$		$c_V (T_2 - T_1)$		0	$c_V (T_2 - T_1)$	
Promena specifične entalpije, $h_2 - h_1 =$		$c_p (T_2 - T_1)$		0	$c_p (T_2 - T_1)$	
Eksponent politrope, $n =$		$\pm\ \infty$	0	1	κ	n
Specifična toplota promene stanja, $c =$		c_V	c_p	$\pm\ \infty$	0	$c_V \frac{n-\kappa}{n-1}$

a) Za zadatkom opisani slučaj, eksponent politropne promene stanja može se odrediti polazeći od neke od relacija između veličina stanja koje važe za politropne promene stanja, tj.

$$p\,T^{\frac{n}{1-n}} = \text{idem}\,,$$

odnosno:

$$p_1\,T_1^{\frac{n}{1-n}} = p_2\,T_2^{\frac{n}{1-n}}\,,$$

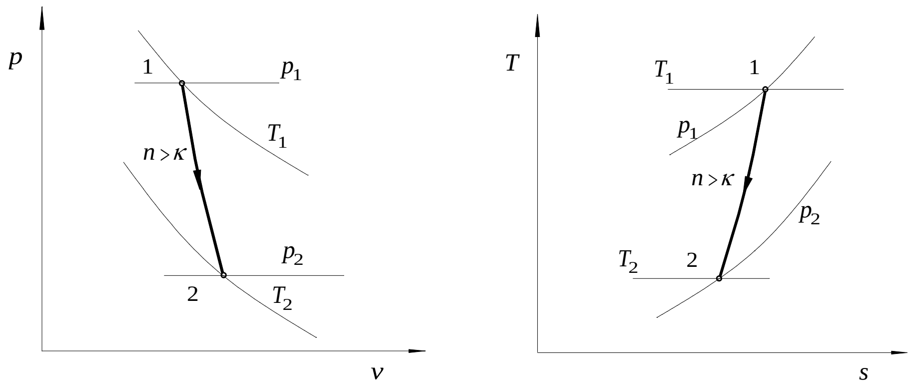
i izražavanjem eksponenta politropne promene:

$$\ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1-n} = \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{n} \Rightarrow (n-1)\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = n\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

odnosno

$$n = \frac{\ln\dfrac{p_2}{p_1}}{\ln\dfrac{p_2}{p_1} - \ln\dfrac{T_2}{T_1}} = \frac{\ln\dfrac{0{,}1}{1}}{\ln\dfrac{0{,}1}{1} - \ln\dfrac{300}{728}} = 1{,}626\,.$$

Promena stanja vazduha u v,p i s,T koordinatnim ravnima prikazana je na slici 6/1.



Slika 6/1

b) Vrednost specifičnog toplotnog kapaciteta vazduha u ovoj promeni stanja, može se odrediti korišćenjem izraza datog u tabeli 6/1:

$$c = c_V\,\frac{n-\kappa}{n-1} = 717{,}8\cdot\frac{1{,}626-1{,}4}{1{,}626-1} = 259{,}2\ \text{J/(kg K)}\,,$$

gde je vrednost specifičnog toplotnog kapaciteta vazduha u procesu koji se ostvaruje u izohornom procesu $c_V = 717{,}8\ \text{J/(kg K)}$ preuzeta tabele 3.1.5. iz Priručnika za termodinamiku.

c) Promena unutrašnje energije i promena entalpije vazduha u ovoj promeni stanja, mogu se odrediti korišćenjem energetskih jednačina stanja idealnog gasa:

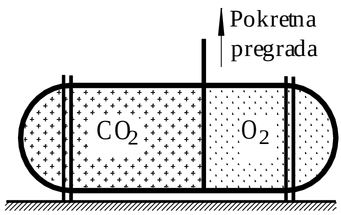
$$U_2 - U_1 = m\,c_V\,(T_2 - T_1) = 5\cdot 717{,}8\cdot(300-728) = -1536{,}1\ \text{J}$$

$$H_2 - H_1 = m\,c_p\,(T_2 - T_1) = 5\cdot 1004{,}9\cdot(300-728) = -2150{,}5\ \text{J}$$

7. Smeše idealnih gasova

7.1. Toplotno izolovan sud je podeljen toplotno izolovanom i nepropustljivom pregradom na dva dela (slika 7/1), u kojima se nalazi ugljen-dioksid (idealan gas) stanja CO_2 ($V_{CO_2} = 1{,}5\ m^3$, $p_{CO_2} = 0{,}6$ MPa, $\vartheta_{CO_2} = 30°C$) i kiseonik (idealan gas) stanja O_2 ($V_{O_2} = 1\ m^3$, $p_{O_2} = 0{,}2$ MPa, $\vartheta_{O_2} = 60\ °C$). Uklanjanjem pregrade nastaje smeša za koju je potrebno odrediti:

a) masene udele komponenti u smeši;
b) količinske (molarne) udele komponenti u smeši;
c) specifični toplotni kapacitet smeše gasova pri izohornoj i pri izobarnoj promeni stanja, kao i gasnu konstantu nastale smeše;
d) molarni toplotni kapacitet smeše gasova pri izohornoj i pri izobarnoj promeni stanja, kao i molarnu masu nastale smeše;
e) temperaturu i pritisak nastale smeše;
f) parcijalne pritiske i parcijalne zapremine ugljen-dioksida i kiseonika u smeši.



Slika 7/1

Rešenje:

a) Maseni udeo i-te komponente u smeši w_i, definiše se kao odnos mase i-te komponente i ukupne mase smeše:

$$w_i = \frac{m_i}{m_{sm}} = \frac{m_i}{\Sigma m_i}.$$

U zadatom slučaju, u skladu sa prethodnom definicijom, maseni udeo ugljen-dioksida u smeši je:

$$w_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{m_{sm}} = \frac{m_{CO_2}}{m_{CO_2} + m_{O_2}} = \frac{15{,}72}{15{,}72 + 2{,}312} = 0{,}8718,$$

a maseni udeo kiseonika:

$$w_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{m_{sm}} = \frac{m_{O_2}}{m_{CO_2} + m_{O_2}} = \frac{2{,}312}{15{,}72 + 2{,}312} = 0{,}1282,$$

gde su nepoznate mase ugljen-dioksida, odnosno kiseonika, određene korišćenjem jednačine stanja idealnog gasa za polazno stanje:

$$m_{CO_2} = \frac{p_{CO_2} V_{CO_2}}{R_{CO_2} T_{CO_2}} = \frac{6 \cdot 10^5 \cdot 1{,}5}{188{,}9 \cdot 303} = 15{,}72\ \text{kg},$$

odnosno:

8. Termomehaničke promene stanja vode (vodene pare).

8.1. U parni kotao, grejne snage $\Phi_{\text{gr}} = 20{,}9\ \text{MW}$, koji se sastoji od predgrejača napojne vode, isparivača i pregrejača pare, pri ustaljenom režimu, biva uvođeno $q_m = 7{,}5\ \text{kg/s}$ napojne vode stanja ($\vartheta_{\text{ul}} = 40°\text{C}$, $p_{\text{ul}} = 10\ \text{MPa}$). U slučaju da se zanemarene promene makroskopske kinetičke i potencijalne energije vodenog (parnog) toka:

a) odrediti temperaturu, specifičnu zapreminu, specifičnu unutrašnju energiju, specifičnu entropiju i specifičnu entalpiju vodene pare na izlazu iz kotla;
b) dati grafički prikaz ove termomehaničke promene stanja vode (vodene pare) u v, p, s, T i s, h koordinatnim sistemima.

Rešenje:

a) Parni kotao, predstavlja vrstu razmenjivača toplote koji se obično sastoji od tri međusobno povezana razmenjivača: predgrejača napojne vode, isparivača i pregrejača pare, a u kojima se predajom toplote, pri uslovima nepromenjivog pritiska, nezasićena voda prevodi u stanje pregrejane pare. Pretpostavka o nepromenjivosti pritiska tokom ovih procesa, proizilazi iz činjenice da je u ustaljenom radnom režimu, u energetskom smislu, uticaj sila viskoznog trenja i njihovim dejstvom izazvanog pada pritiska vode, odnosno vodene pare beznačajno mali u poređenju sa u ovim procesima nastale promene njene entalpije. Isti je slučaj i sa promenama makroskopske kinetičke i potencijalne energije vodenog, odnosno parnog toka, čiji se uticaj pri termodinamičkoj analizi rada razmenjivača toplote, po pravilu se zanemaruje, pa se promene energetskog stanja vode-vodene pare, analiziraju samo kroz promenu njene entalpije.

Sa druge strane, prema Gibsovom pravilu faza, stanje jednokomponente i jednofazne radne supstance, za slučaj da se ona nalazi u tzv. prostom termodinamičkom sistemu, jednoznačno je određeno ukoliko su poznate vrednosti dve veličine stanja.

Uvažavajući prvu navedenu pretpostavku, da se procesi zagrevanja i isparavanja vode, odnosno pregrevanja pare u kotlu, a koji se ostvaruju u ustaljenom radnom režimu u istoimenim razmenjivačima toplote, ostvaruju pri uslovima nepromenjivog pritiska, tj. da su to izobarni procesi, jedna od dve veličine stanja, pritisak pare na izlazu iz kotla, već je poznata:

$$p_{\text{izl}} = p_{\text{ul}} = 10\ \text{MPa}\,.$$

Uvažavajući drugu pretpostavku, da se zanemaruju promene makroskopske kinetičke i potencijalne energije vodenog (parnog) toka, drugu neophodnu veličinu stanja, specifičnu entalpiju pare na izlazu iz kotla, moguće je odrediti iz energetskog bilansa, tj. primenom Prvog zakona termodinamike, za tzv. prost otvoren termodinamički sistem:

$$\underbrace{\Phi + \overset{=0}{\cancel{P_{\text{teh}}}}}_{p=\text{idem}} = q_m (h_{\text{izl}} - h_{\text{ul}})\,,$$

odakle se dobija da je:

$$h_{\text{izl}} = h_{\text{ul}} + \frac{\Phi_{\text{gr}}}{q_m} = 176{,}3 + \frac{20900}{7{,}5} = 2963{,}0\ \text{kJ/kg}\,,$$

gde je vrednost specifična entalpije pare na ulazu u kotao, na pritisku i temperaturi vode ($\vartheta_{\text{ul}} = 40°\text{C}$, $p_{\text{ul}} = 10\ \text{MPa}$):

$$h_{\text{ul}} = h(40°\text{C},\ 10\ \text{MPa}) = 176{,}3\ \text{kJ/kg}\,.$$

preuzeta iz tabele 4.4.8. iz Priručnika za termodinamiku.

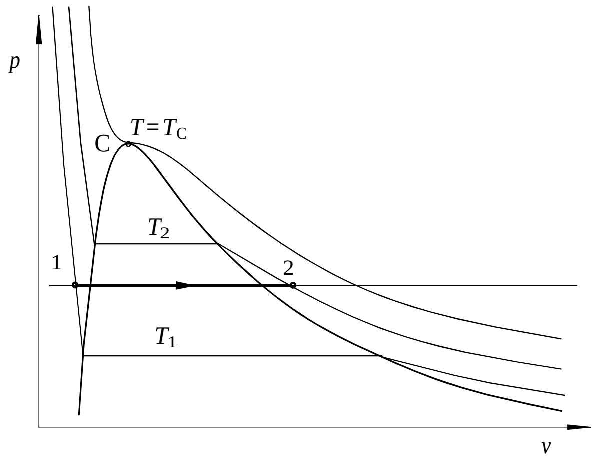
Sada je, na osnovu poznavanja ove dve veličine stanja pregrejane pare na izlazu iz kotla, $p_{\text{izl}} = 10$ MPa , $h_{\text{izl}} = 2963{,}0$ kJ/kg $\approx 2963{,}3$ kJ/kg , iz tabele 4.4.8. iz Priručnika za termodinamiku, moguće očitati vrednost temperature, specifične zapremine i specifičnu entropiju, vodene pare na izlazu iz kotla:

$$\vartheta_{\text{izl}} = 360\,^\circ\text{C}\ ,\ v_{\text{izl}} = 0{,}02330\ \text{m}^3/\text{kg}\ ,\ s_{\text{izl}} = 6{,}0086\ \text{kJ/(kg K)}\ ,$$

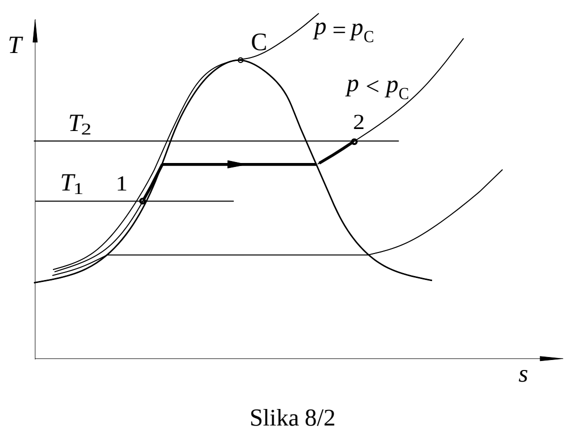
a vrednost specifične unutrašnje energije pare na izlazu iz kotla izračunati pomoću izraza:

$$u_{\text{izl}} = h_{\text{izl}} - p_{\text{izl}} v_{\text{izl}} = 2963{,}0 - 10 \cdot 10^3 \cdot 0{,}0233 = 2730{,}0\ \text{kJ/kg}\ .$$

b) Grafički prikaz zadate promene stanja vode (vodene pare) u v, p , s, T i s, h koordinatnim sistemima dat je na slici 8/1, 8/2 i 8/3



Slika 8/1



Slika 8/2

9. Desnokretni kružni procesi

9.1. Termodinamički stepen korisnosti idealnog Džulovog kružnog procesa, što ga obavlja vazduh (idealan gas), između temperatura $\vartheta_{\max} = 700°\text{C}$ i $\vartheta_{\min} = 30°\text{C}$, iznosi $\eta_{\text{t,Joule}} = 0{,}4$. Ako maksimalni pritisak vazduha tokom ovog procesa iznosi $p_{\max} = 0{,}6\ \text{MPa}$, odrediti:

a) minimalan pritisak vazduha tokom procesa;
b) specifičnu snagu što je razvija turbina,
c) specifični rad kružnog procesa.

Rešenje: Kao i kod svih drugih desnokretnih kružnih procesa, i u idealnom Džulovom kružnom procesu, toplota se pretvara u mehanički rad, a odnos između ova dva energetska dejstva - rada koji izvrši radna supstanca koja obavlja kružni proces W_{kp} i količine toplote koju ona primi tokom obavljanja kružnog procesa Q_{prim} naziva se termodinamički stepen korisnosti:

$$\eta_{\text{t}} = -\frac{W_{\text{kp}}}{Q_{\text{prim}}}.$$

Kako se prema Prvom zakonu termodinamike, rad koji izvrši radna supstanca W_{kp} može izraziti i kao razlika količine toplote koju ona preda Q_{pred} i količine toplote koju ona primi tokom obavljanja kružnog procesa Q_{prim}, to se prethodni izraz za termodinamički stepen korisnosti može izraziti i kao:

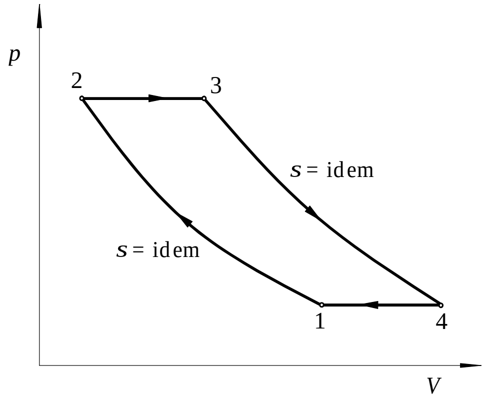
$$\eta_{\text{t}} = 1 - \frac{\left|Q_{\text{pred}}\right|}{Q_{\text{prim}}}.$$

a) Za zadati slučaj tzv. idealnog Džulovog kružnog procesa (slika 9/1 i 9/2), koji se sastoji od četiri promene stanja i to izentropnog sabijanja (1-2), izobarnog zagrevanja (2-3), izentropnog širenja (3-4) i izobarnog hlađenja vazduha (4-1), dakle prethodni izraz za termodinamički stepen korisnosti može se napisati i u obliku:

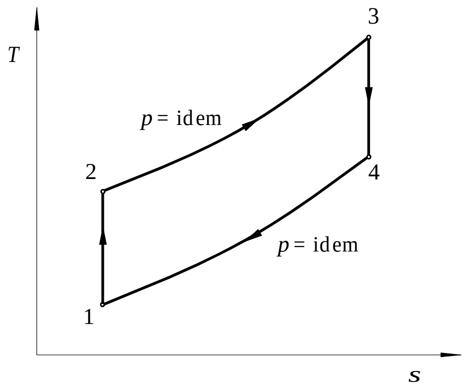
$$\eta_{\text{t}} = 1 - \frac{\left|Q_{\text{pred}}\right|}{Q_{\text{prim}}} = 1 - \frac{m\,(h_4 - h_1)}{m\,(h_3 - h_2)},$$

a korišćenjem energetske jednačine stanja idealnog gasa, i u obliku:

$$\eta_{\text{t}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1\left(\dfrac{T_4}{T_1} - 1\right)}{T_2\left(\dfrac{T_3}{T_2} - 1\right)}.$$



Slika 9/1



Slika 9/2

Uzimajući u obzir da je razlika vrednosti specifičnih entropija u izobarnim promenama po veličini ista, a po znaku suprotna:

$$s_3 - s_2 = s_4 - s_1$$

i izražavanjem ovih razlika pomoću energetske jednačine stanja idealnog gasa:

$$c_p \ln \frac{T_3}{T_2} - R \ln \cancel{\frac{p_3}{p_2}} = c_p \ln \frac{T_4}{T_1} - R \ln \cancel{\frac{p_4}{p_1}} \ ,$$

dobija se da su u ovim procesima isti i odnosi polaznih i dostignutih temperatura radne supstance:

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1} \, .$$

Ova činjenica omogućava da se termodinamički stepen korisnosti izrazi samo u zavisnosti od polazne i dostignute temperature radne supstance u procesu izentropnog sabijanja:

$$\eta_{\mathrm{t,Joule}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \ .$$

promene entropije toplotnog izvora i promene entropije toplotnog ponora, budući da je promena entropije radne supstance u kružnom procesu uvek jednaka nuli:

$$\oint \mathrm{d}S_{\mathrm{is}} = \oint \mathrm{d}S_{\mathrm{ti}} + \cancelto{=0}{\oint \mathrm{d}S_{\mathrm{rs}}} + \oint \mathrm{d}S_{\mathrm{tp}} \ .$$

Brzina nastajanja entropije $\dot{S}_{\mathrm{gen}}$, predstavlja nastalo povećanje entropije u jedinici vremena. U slučaju toplotno izolovanog sistema koga čine toplotni izvor, radna supstanca koja obavlja kružni proces i toplotni ponor, a uvažavajući prethodan zaključak,

$$\dot{S}_{\mathrm{gen}} = \frac{\mathrm{d}S_{\mathrm{is}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}S_{\mathrm{ti}}}{\mathrm{d}t} + \cancelto{=0}{\frac{\mathrm{d}S_{\mathrm{rs}}}{\mathrm{d}t}} + \frac{\mathrm{d}S_{\mathrm{tp}}}{\mathrm{d}t} \ ,$$

i definicije koja daje vezu između promene entropije, količine toplote i temperature supstance:

$$\delta Q = T \, \mathrm{d}S \ ,$$

i zadati uslov da temperatura toplotnog izvora i temperatura toplotnog ponora imaju stalne vrednosti, brzina nastajanja entropije ovog toplotno izolovanog sistema se može se odrediti iz izraza:

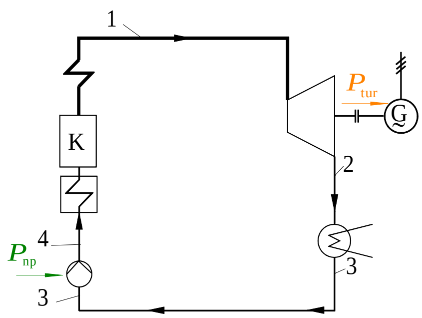
$$\dot{S}_{\mathrm{gen}} = \frac{\mathrm{d}S_{\mathrm{is}}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\Phi_{\mathrm{prim}}}{T_{\mathrm{ti}}} + \frac{\left|\Phi_{\mathrm{pred}}\right|}{T_{\mathrm{tp}}} = -\frac{\Phi_{\mathrm{prim}}}{T_{\mathrm{ti}}} + \frac{\Phi_{\mathrm{kd}}}{T_{\mathrm{tp}}} \ ,$$

$$\dot{S}_{\mathrm{gen}} = -\frac{14319{,}7}{673} + \frac{9379{,}65}{293} = 10{,}74 \ \mathrm{kW/K} \ .$$

9.6. Maksimalna temperatura vodene pare, koja obavlja idealan Rankin-Klauzijusov kružni proces (slika 9/12) između pritisaka $p_{\mathrm{max}} = 3{,}5 \ \mathrm{MPa}$ i $p_{\mathrm{min}} = 4 \ \mathrm{kPa}$, iznosi $\vartheta_1 = 460 °\mathrm{C}$. Grafički prikazati ovaj kružni proces u s,T i s,h koordinatnim sistemima i odrediti:

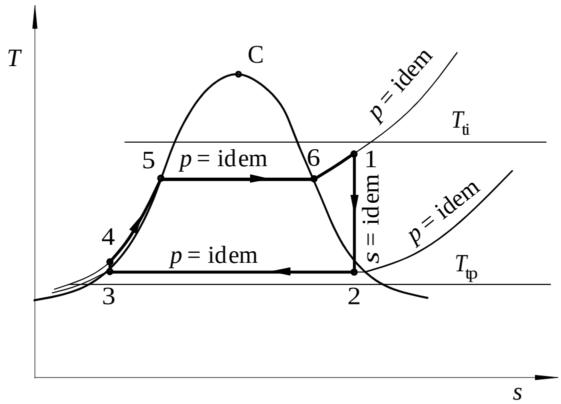
a) vrednosti specifične entalpije i specifične entropije vode - vodene pare u svim karakterističnim stanjima,

b) termodinamički stepen korisnosti ovog kružnog procesa.

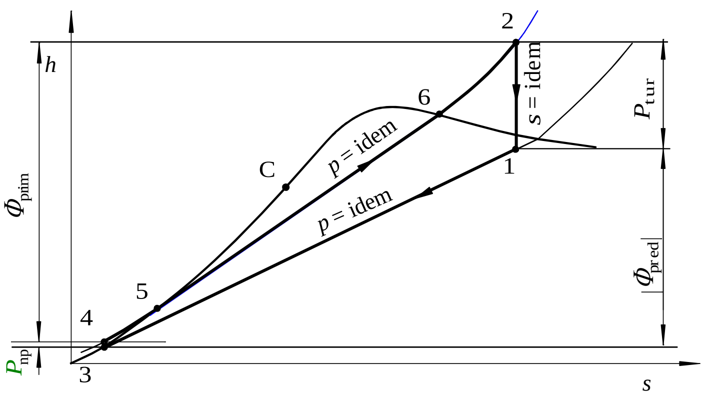


Slika 9/12

Rešenje: : U skladu sa već datim objašnjenjem da se kod idealnog Rankin-Klauzijusovog kružnog procesa smatra da se proces širenja pare u turbini i proces povećanja pritiska vode u napojnoj pumpi, ostvaruju bez razmene toplote i bez povećanja entropije, a procesi zagrevanja i isparavanja vode, odnosno pregrevanja vodene pare i njenog kondenzovanja se ostvaruju u procesima u kojima se njihov pritisak ne menja, na slici 9/13 i 9/14 dat je njegov grafički prikaz u s,T i s,h



Slika 9/13



Slika 9/14

a) Kao što se sa grafičkog prikaza može uočiti, postoji šest karakterističnih stanja vode – vodene pare u ovom kružnom procesu.

Stanje 1 – stanje pregrejane vodene pare određeno je sa pritiskom $p_{max} = 3,5\ \text{MPa}$ i temperaturom $\vartheta_1 = 460°\text{C}$, te se vrednosti specifične entalpije i specifične entropije pare mogu preuzeti iz tabele 4.4.8. iz Priručnika za termodinamiku:

$$h_1 = h(3,5\ \text{MPa},\ 460°\text{C}) = 3360,3\ \text{kJ/kg},$$

$$s_1 = s(3,5\ \text{MPa},\ 460°\text{C}) = 7,0378\ \text{kJ/kg}.$$

Stanje 2 – Kako se kod idealnog Rankin-Klauzijusovog kružnog procesa, proces širenja pare u turbini smatra izentropnim, to se vrednost specifične entalpije pare u stanju 2

10. Levokretni kružni procesi

10.1. Vazduh (idealni gas), između pritisaka $p_{\text{max}} = 0{,}2$ MPa i $p_{\text{min}} = 0{,}1$ MPa, obavlja idealan levokretni Džulov kružni proces. Ako je maksimalna temperatura koju vazduh ostvari u ovom procesu $\vartheta_{\text{max}} = 87°\text{C}$, odnosno minimalna $\vartheta_{\text{min}} = 10°\text{C}$ i ukoliko je zapreminski protok vazduha na ulasku u kompresor $q_{V,1} = 0{,}1\ \text{m}^3/\text{s}$, odrediti:

a) temperature vazduha u svim karakterističnim stanjima,
b) snagu potrebnu za pogon kompresora,
c) rashladnu snagu i
d) koeficijent hlađenja ovog rashladnog uređaja.

Rešenje: Levokretni kružni procesi su procesi koji omogućavaju da se spoljašnjim energetskim dejstvom na radni fluid, koji obavlja kružni proces, toplota sa tela niže temperature (toplotnog izvora) prenese na telo više temperature (toplotni ponor). Da bi to moglo da se postigne, potrebno je da radni fluid koji obavlja kružni proces, u jednom delu procesa bude na temperaturi nižoj od temperature tela niže temperature (toplotnog izvora), a u drugom delu procesa na temperaturi višoj od temperature tela više temperature (toplotnog ponora).
Kada se uređaji, u kojima radni fluidi obavljaju levokretne kružne procese, koriste za hlađenje, oni se nazivaju rashladni uređaji, a kada se koriste za grejanje, nazivaju se toplotne pumpe.
Za rashladne uređaje u kojima je spoljašnje energetsko dejstvo, na radni fluid koji obavlja kružni proces, mehanička energija, energetski kvalitet rada uređaja se ocenjuje koeficijentom hlađenja:

$$\varepsilon_{\text{h}} = \frac{Q_{\text{prim}}}{W_{\text{kp}}},$$

gde je sa Q_{prim} označena količina toplote koju radni fluid primi od toplotnog izvora, a sa W_{kp} tehnički (mehanički) rad koji se upotrebi da bi se kružni proces ostvarivao. Kako se količina toplote koju radni fluid primi od toplotnog izvora još naziva i rashladni učinak Q_{hl}, odnosno kako se toplotni protok koji radni fluid primi od toplotnog izvora još naziva rashladna snaga Φ_{hl}, koeficijent grejanja se obično definiše u obliku:

$$\varepsilon_{\text{h}} = \frac{Q_{\text{hl}}}{W_{\text{kp}}} = \frac{\Phi_{\text{hl}}}{P_{\text{kp}}}.$$

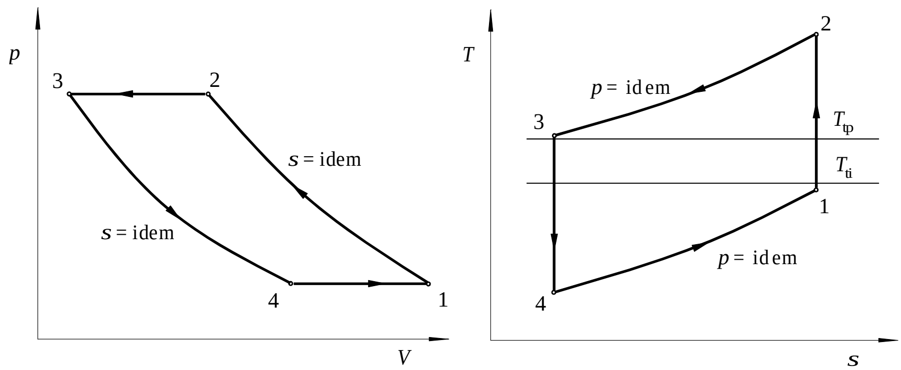
Za toplotne pumpe, u kojima je spoljašnje energetsko dejstvo na radni fluid, koji obavlja kružni proces, mehanička energija, energetski kvalitet rada se ocenjuje koeficijentom grejanja ili grejnim činiocem. Ovaj koeficijent predstavlja odnos između apsolutne vrednosti količine toplote koju grejni fluid tokom kružnog procesa preda grejanom prostoru $\left|Q_{\text{pred}}\right|$ ili tzv. grejnog učinka Q_{gr} i tehničkog (mehaničkog) rada W_{kp}, koji se upotrebi da bi se kružni proces ostvarivao:

$$\varepsilon_{gr} = \frac{|Q_{pred}|}{W_{kp}} = \frac{Q_{gr}}{W_{kp}} \, ,$$

ili protoka koji grejni fluid tokom kružnog procesa predaje grejanom prostoru $|\Phi_{pred}|$, tzv. grejne snage Φ_{gr} i tehničke (mehaničke) snage P_{kp} koja se upotrebljava da bi se kružni proces ostvarivao:

$$\varepsilon_{g} = \frac{|\Phi_{pred}|}{P_{kp}} = \frac{\Phi_{gr}}{P_{kp}} \, .$$

a) Idealan levokretni Džulov kružni proces se sastoji od četiri promene stanja (slika 10/1): izentropnog sabijanja (1-2), izobarnog hlađenja (2-3), izentropnog širenja (3-4) i izobarnog zagrevanja (4-1) radnog fluida, a koji je zadatom slučaju vazduh (idealan gas).



Slika 10/1

Stanje vazduha nakon izentropnog sabijanja – stanje 2 određeno je zadatom vrednosti maksimalne temperature $\vartheta_2 = \vartheta_{max} = 87°\mathrm{C}$ i maksimalnog pritiska vazduha u procesu $p_2 = p_{max} = 0,2 \;\; \mathrm{MPa}$.

Stanje vazduha pre izentropnog sabijanja – stanje 1 određeno je zadatom vrednosti minimalnog pritiska vazduha $p_1 = p_{min} = 0,1\,\mathrm{MPa}$ i pretpostavkom da je vazduh idealan gas i da je promena od stanja 1 do stanja 2 izentropna, tj. da važi da je:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \, ,$$

te da se temperatura vazduha u stanju 1 može odrediti pomoću izraza koji povezuje pritiske i temperature gasa u izentropnoj promeni stanja:

$$T_1 = T_2\left(\frac{p_1}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 360\cdot\left(\frac{0,1}{0,2}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 295,3\ \mathrm{K}\ \text{ili}\ \vartheta_1 = 22,3°\mathrm{C}\, ,$$

gde je vrednost odnosa specifičnog toplotnog kapaciteta vazduha pri izobarnoj i izohornoj promeni stanja $\kappa = 1,40$, preuzeta iz tabele 3.1.5. Priručnika za termodinamiku.

e) Uvrštavanjem prethodno određenih vrednosti u izraz kojim se definiše koeficijent grejanja kružnog procesa:

$$\varepsilon_{\rm g}=\frac{\Phi_{\rm gr}}{P_{\rm kp}}=\frac{\Phi_{\rm gr}}{P_{\rm kom}-|P_{\rm tur}|}=\frac{q_{\rm gr}}{w_{\rm kom}-|w_{\rm tur}|}\,,$$

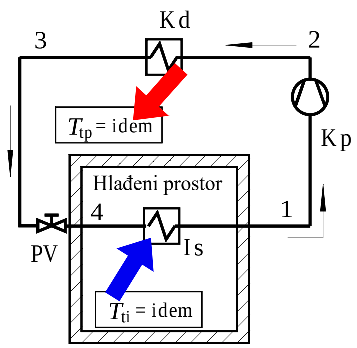
može se izračunati njegova vrednost:

$$\varepsilon_{\rm g}=\frac{347,3}{923,7-|-864,6|}=5,876\,.$$

10.3. Parno kompresorsko rashladno postrojenje, sa kondenzatorom, prigušnim ventilom, isparivačem i sa kompresorom (slika 10/3), koji usisava (suvo) zasićenu paru, radi sa rashladnim fluidom R-12 (freonom 12), između pritisaka $p_{\rm min}=p_{\rm sat}(-8°{\rm C})$ i $p_{\rm max}=p_{\rm sat}(70°{\rm C})$. Grafički prikazati ovaj kružni proces u s,T i s,h koordinatnim sistemima i odrediti:

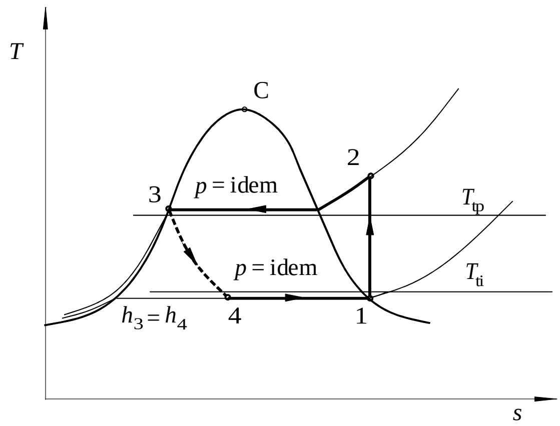
a) vrednosti specifične entalpije i specifične entropije freona u svim karakterističnim stanjima,

b) koeficijent hlađenja (rashladni činilac) ovog kružnog procesa.

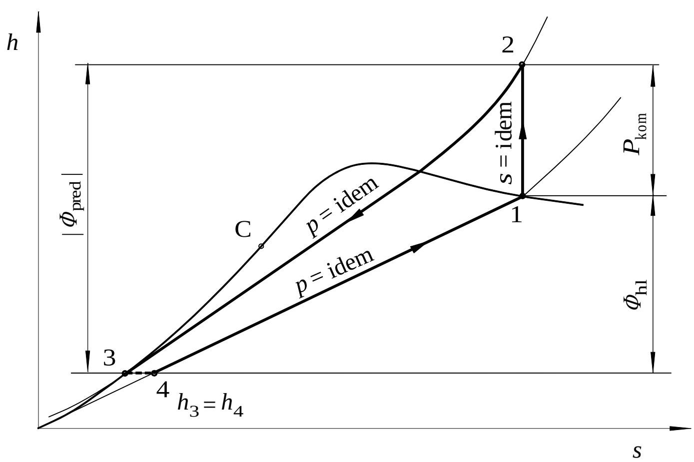


Slika 10/3

Rešenje: Kako i kod desnokretnih, tako se i kod levokretnih kružnih procesa koji se ostvaruju sa realnim radnim fluidima, smatra, da se procesi isparavanja i pregrevanja fluida, odnosno njegovog hlađenja i kondenzovanja, ostvaruju u procesima u kojima se njihov pritisak ne menja. Takođe, ukoliko nije posebno naglašeno ili definisano, smatra se da se proces sabijanja pare radnog fluida u kompresoru ostvaruje prividno ravnotežno i bez razmene toplote, dakle istovremeno i adijabatno i izentropno. Na osnovu ovih pretpostavki na slikama 10/4 i 10/5 dat je grafički prikaz kružnog procesa koji se ostvaruje u parno kompresorskom rashladnom postrojenju, sa kondenzatorom, prigušnim ventilom, isparivačem i kompresorom, koji usisava zasićenu paru freona u s,T i s,h koordinatnim sistemima.



Slika 10/4



Slika 10/5

a) Kao što se vidi na grafičkom prikazu u s,T i s,h koordinatnim sistemima, u ovom kružnom procesu postoje četiri karakteristična stanja freona R12.

Stanje 1 – je stanje zasićene pare freona R12 na pritisku isparavanja $p_{\min} = p_{\text{sat}}(-8°\text{C})$, pa se iz tabele 5.5.1. iz Priručnika za termodinamiku, mogu preuzeti vrednosti specifične entalpije i specifične entropije zasićene pare freona na ovom pritisku:

$$h_1 = h''(-8°\text{C}) = h''(0{,}2349\ \text{MPa}) = 549{,}3\ \text{kJ/kg}\ ,$$

$$s_1 = s''(-8°\text{C}) = s''(0{,}2349\ \text{MPa}) = 4{,}564\ \text{kJ/(kg K)}\ .$$

Stanje 2 – U skladu sa navedenom pretpostavkom, da se proces sabijanja pare freona u kompresoru smatra izentropnim, vrednost specifične entalpije pare freona u stanju 2 određuje se na osnovu vrednosti pritiska pare nakon njenog prolaska kroz kompresor $p_{\max} = p_{\text{sat}}(70°\text{C})$ i uslova istih vrednosti specifične entropije pare u stanju pre i posle kompresora:

$$s_2 = s_1 = 4{,}564\ \text{kJ/(kg K)} \approx 4{,}563\ \text{kJ/(kg K)}\ ,$$

11.Prenošenje toplote

11.1. Ravan višeslojan zid nekog objekta, sastoji se od sloja krečnog maltera ($\delta_{\text{km}} = 20 \text{ mm}$), sloja armiranog betona ($\delta_{\text{ab}} = 150 \text{ mm}$), sloja stiropora ($\delta_{\text{s}} = 50 \text{ mm}$)) i sloja cementnog maltera ($\delta_{\text{cm}} = 20 \text{ mm}$). Koliko iznosi površinski toplotni protok kroz ovaj višeslojan zid, ako temperatura unutrašnje granične površi zida (krečnog maltera) iznosi $\vartheta_{\text{s1}} = 17,5°\text{C}$, a temperatura spoljašnje granične površi zida (cementnog maltera) $\vartheta_{\text{s5}} = -11,3°\text{C}$.

Rešenje: Prema Furijeovoj hipotezi, površinski toplotni protok kroz četvoroslojni zid može se odrediti pomoću izraza:

$$\varphi = \frac{\vartheta_{\text{s1}} - \vartheta_{\text{s5}}}{\sum\limits_{i=1}^{4} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i}} = \frac{\vartheta_{\text{s1}} - \vartheta_{\text{s5}}}{\dfrac{\delta_{\text{km}}}{\lambda_{\text{km}}} + \dfrac{\delta_{\text{ab}}}{\lambda_{\text{bt}}} + \dfrac{\delta_{\text{st}}}{\lambda_{\text{st}}} + \dfrac{\delta_{\text{cm}}}{\lambda_{\text{cm}}}}\,.$$

Uz poznatu temperaturu unutrašnje granične površi zida ϑ_{s1} i temperaturu spoljašnje granične površi zida ϑ_{s5}, poznate debljine slojeva zida i iz tabele D.2.3. iz Priručnika za termodinamiku preuzetih vrednosti toplotne provodljivosti za odgovarajuće materijale slojeva ($\lambda_{\text{km}} = 0,7 \text{ W/mK}$, $\lambda_{\text{ab}} = 1,512 \text{ W/mK}$, $\lambda_{\text{st}} = 0,038 \text{ W/mK}$, $\lambda_{\text{cm}} = 1,2 \text{ W/mK}$), sledi da je površinski toplotni protok kroz ovaj višeslojan zid:

$$\varphi = \frac{17,5 - (-11,3)}{\dfrac{0,02}{0,7} + \dfrac{0,15}{1,512} + \dfrac{0,05}{0,038} + \dfrac{0,02}{1,2}} = 19,72 \text{ W/m}^2\,.$$

11.2. Odrediti toplotni protok sa vertikalne ploče , visine $a = 0,7 \text{ m}$ i dužine $b = 1 \text{ m}$, na prividno miran okolni vazduh, ako je srednja temperatura belog emajl laka, kojim je premazana površina ploče $\vartheta_{\text{s}} = 80°\text{C}$, temperatura vazduha u prostoriji $\vartheta_{\text{f}} = 20°\text{C}$, a koeficijent prelaženja toplote sa površine ploče na vazduh ima vrednost $h = 6,5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$.

Rešenje: Toplotni protok sa čvrste površi na fluid se određuje pomoću Njutnove hipoteze:

$$\Phi = h\,A(\vartheta_{\text{s}} - \vartheta_{\text{f}})\,.$$

Pri poznatoj vrednosti koeficijenta prelaženja toplote h, poznatim dimenzijama površine za predaju toplote $A = 2 \cdot a \cdot b$ i temperaturi njene granične površine (belog emajl laka) ϑ_{s}, kao i temperaturi vazduha u prostoriji ϑ_{f}, toplotni protok sa ploče na vazduh izračunava se prostom zamenom vrednosti navedenih veličina u prethodno iskazanu Njutnovu hipotezu:

$$\Phi = 6,5 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0,7 \cdot (80 - 20) = 546,0 \text{ W}\,.$$

Literatura:

[1] Афанасъев, В. Н., С. И. Исаев и др.: *Задачник по технической термодинамике и теории тепломассообмена*, Высшая школа, Москва, 1986.

[2] Cengel, Y., Boles, M: Thermodynamics: An Engineering Approach, McGraw-Hill Education, 2014.

[3] Turns, R. S: Thermodynamics (Concepts and Applications), Cambridge University Press, 2006

[4] Szargut, J.: *Termodynamika*, PWN, Warszawa, 1971.

[5] Vasiljević, B., Banjac, M.: Mapa za termodinamiku, Mašinski fakultet – Beograd, 9.izdanje, Beograd, 2020.

[6] Vasiljević, B., Banjac, M.: Priručnik za termodinamiku, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 2020.

[7] Vasiljević, B., Banjac, M.: Termodinamika, zadaci za samostalno rešavanje, zadaci za auditorne vežbe, ispitni zadaci, Mašinski fakultet – Beograd, Beograd, 2000.