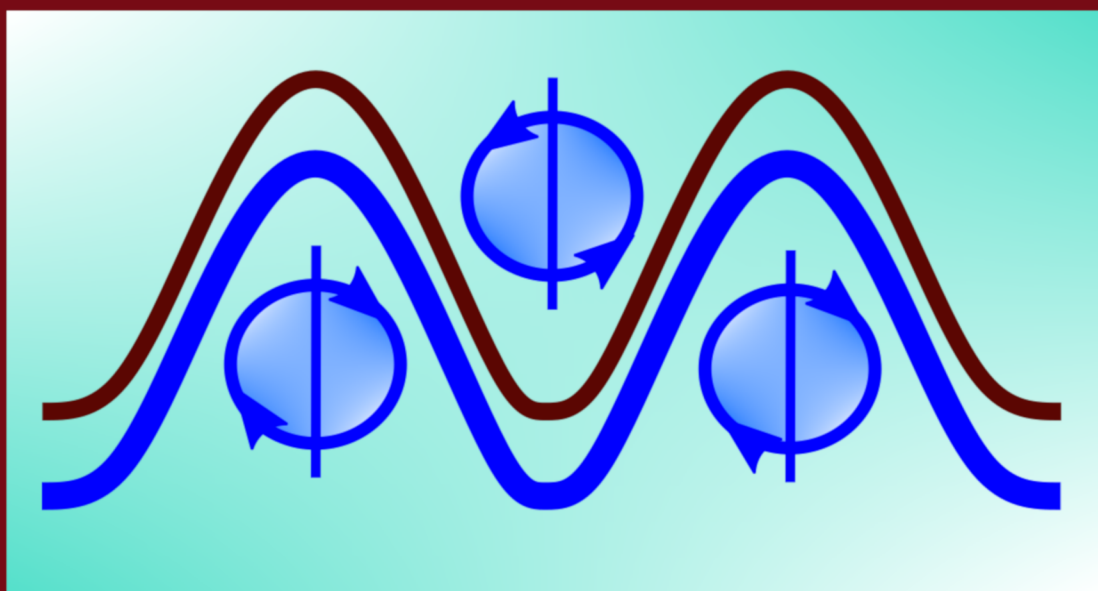


Светислав М. Чантрак
Александар С. Ђоћић

Механика флуида - физика феномена



Универзитет у Београду - Машински факултет
2022.

Садржај

Садржај	i
ПРЕДГОВОР	1
1 УВОД	3
1.1 Предмет и подела механике флуида	3
1.2 Области примене, актуелни проблеми и значај науке о струјању	5
1.3 Историјски развој и главни савремени задаци механике флуида	7
1.4 Модели струјања (струјни модели)	12
1.4.1 Спољашња и унутрашња струјања	12
1.4.2 Стационарна и нестационарна струјања	13
1.4.3 Ламинарна и турбулентна струјања	14
1.4.4 Вискозна и невискозна струјања (струјање са трењем и струјање без трења)	15
1.4.5 Стишљива и нестишљива струјања	17
1.4.6 Једнодимензијска, дводимензијска и тродимензијска струјања	19
1.5 Аспекти понашања флуида и модели флуида	21
1.5.1 Њутновски и нењутновски флуид	21
2 ГРАНИЧНИ СЛОЈ - УСЛОВ ПРИЈАЊАЊА	25
2.1 Појам граничног слоја	25
2.2 Пријањање, трење, гранични слој	26
2.3 Рејнолдсов број, смицајни напон, вискозност	29
3 ВРТЛОЗИ, ВРТЛОЖНОСТ И ЦИРКУЛАЦИЈА	33
3.1 Кретање флуидног делића и појам вртложности	36
3.2 Вртложна и потенцијална струјања	39
3.3 Појам циркулације	40
3.4 Две основне врсте раванских вртлога	41

3.5	Интерпретација вртложности у дводимензијском струјању	42
3.6	Интерпретација циркулације у дводимензијском струјању	46
4	ОДВАЈАЊЕ СТРУЈАЊА	49
4.1	Физички механизам одвајања струјања	49
4.2	Утицај вискозности и градијента притиска на одвајање струјања	54
4.3	Одвајање спољашњих и унутрашњих струјања	57
4.4	Утицај режима струјања на одвајање граничног слоја . .	61
4.5	Методe спречавања одвајања струјања	63
4.5.1	Методe које не захтевају довођење енергије . . .	64
4.5.2	Методe и уређаји са довођењем енергије	65
4.5.3	Принципи управљања струјањем помоћу специјално изазваних одвајања	66
5	ВРТЛОЖНИ ТРАГОВИ	69
5.1	Продукција вртложности и стварање вртложног трага .	69
5.2	Разделне површи и смицајни слојеви	72
5.3	Стварање вртлога иза оштрих ивица	76
6	УЗГОН И ОТПОР	83
6.1	Силе при опструјавању тела	84
6.1.1	Физичке основе настанка и разлагања отпора . .	86
6.2	Бездимензијски коефицијенти сила узгона и отпора . .	89
6.2.1	Структура коефицијената отпора и узгона	90
6.3	Опструјавање кружног цилиндра	92
6.4	Циркулација, узгон и Магнусов ефекат	100
6.5	Опструјавање профила и генерисање циркулације	113
6.5.1	Услов Кута - постулат Жуковског	117
6.5.2	Расподела притиска на профилу и дијаграм поларе	128
7	ПРЕЛАЗАК ЛАМИНАРНОГ У ТУРБУЛЕНТНО СТРУЈАЊЕ	135
7.1	Рејнолдсов експеримент и Рејнолдсова статистика . . .	135
7.2	Рејнолдсово фундаментално истраживање	140
7.2.1	Средња брзина u_s , односно \bar{u}_s	144
7.2.2	Критична брзина и критични Рејнолдсов број . .	145
7.2.3	Отпор трења, смицајни напон и храпавост зида цеви	150
7.3	Стабилност ламинарног струјања. Основне врсте нестабилности	152
7.4	Нестабилност, хаос и турбуленција	165

7.5	Стабилност струјања између ротирајућих цилиндара . .	174
7.6	Путеви у турбуленцију - неklasичан начин посматрања	184
8	... И ШТА ДАЉЕ?	191
	Литература	195

ПРЕДГОВОР

Потстрек за појављивање ове књиге дали сте Ви, да Ви Читаоче, који је управо сада читате. Независно од тога да ли сте студент било ког нивоа студија, инжењер било које струке, истраживач или специјалиста извесних научних области! Ви сте како на предавањима, тако и на различитим стручно-научним семинарима, симпозијумима и конгресима у оквиру својих излагања, питања и вођених дијалога, увек захтевали *физичку суштину* и *физичко тумачење* проблема, који су у фокусу разматране материје.

Током нашег дугогодишњег наставно-научног и педагошко-дидактичког рада уочили смо и схватили ове Ваше жеље и усмерене тежње да освежите и проширите своје знање или евентуално дођете до значајних нових резултата и начина размишљања. Дакле, ова књига је, са уважавањем ваших стремљења, намењена Вама, као и широком кругу Вама сличних, савесних и креативних читалаца.

Аутори су уложили велики труд да карактер и концепција књиге буду, што је више могуће, утемељени на *физичком тумачењу основних феномена* у механици флуида. Наш Читалац примећује да, на пример, због ограниченог броја часова, многи аспекти физичких појава остају недовољно разјашњени. Из тих разлога је овде знатно већа пажња посвећена прецизним и детаљним физичким објашњењима феномена, него њиховој математичкој структури и строгости. Концепт оваквих описивања струјних појава изазваће интересовање код ширег круга читалаца, који ће потом показати веће интересовање и за математички садржај. На овај начин гледано књига би требало да буде квалитативни увод у једноставне, али најважније основе Науке о струјању.

Структура књиге одговара неким „нестандардним“ начинима излагања материје. Због тога ће, можда, наш савесни Читалац, реће или чешће, доживљавати фазе „сада сам заиста разумео . . .“ или „али ово више не разумем . . .“, које се наизменично смењују. Разлози за то су различити; или аутори нису дали јасно физичко објашњење, или кориснику, тј. нашем Читаоцу недостају нека претходна знања или

је изостао формални аспект математичког извођења. Тачно је, посматрано са педагошко-дидактичког становишта, да се **процес учења** одвија кроз фазе „разумем – не разумем“, што води ка сукцесивном продубљивању разумевања разматраног проблема или неког феномена. Предметна књига и у овим процесима сазнавања је циљано замишљена као потпорно место на путу од физике феномена ка формирању како физичко-математичких модела, тј. одговарајућих једначина, тако и усвајању метода (аналитичких, нумеричких, експерименталних) за њихово решавање.

Ми, као аутори, имамо велику одговорност да нашем Читаоцу омогућимо да свој пут од физичког ка математичком моделирању, успешно и задовољно, што више скрати и суштински олакша. Тежња свих нас, који смо на било који начин у контакту са овом књигом, је да се *сазвучје* између физичких појава и њихових математичких модела изгради на темељима квалитетне физике феномена. О томе, такође и у завршном делу књиге: „... И ШТА ДАЉЕ“.

Београд, новембра 2022. године.

С. Чантрак и А. Тоћић.

Материја се налази у своја четири агрегатна стања: чврстом, течном, гасовитом и у стању плазме. Вишефазни системи су извесне комбинације материје у различитим стањима. На пример, у науци и техници су познати материјали који се понашају као вискоеластични, вископластични, термовископластични и слично. Материјалне средине могу да мирују, или да се крећу на врло различите начине. Ако материја поседује својство течљивости, онда се њено кретање дефинише као течење. У основи ових појава су међузависности стања напона и деформација, тј. брзина деформисања. Те реолошке релације су аналогне, али различите за чврста тела (крута, еластична, пластична), течности и гасове. На високим температурама и притисцима челик почиње да тече! Дакле, класична дефиниција да је флуид заједнички назив за течности и гасове се у савременој науци нехомогених и хетерогених средина проширује и гласи:

Флуид је материја која тече, која струји!

Овим се указује да је механика флуида једна од најкомплетнијих области физике. Истраживања ових струјања у природи и техници припада науци о струјању. Нека од њих биће разматрана у овој књизи.

1.1 Предмет и подела механике флуида

Механика флуида се бави проблемима мировања и кретања, тј. струјања флуида. У овој књизи појам **флуид** ће се користити као заједнички назив за течности и гасове. Предмет и подела механике флуида су међусобно повезани појмови који суштински изражавају мултидисциплинарност научних области. Наиме, на слици 1.1 су приказана четири агрегатна стања материје и области механике флуида у којима се теоријски, експериментално и нумерички истражују појаве

Flüssigkeiten mit kleiner Reibung) објављеним 1904. године здружио! На тај начин Прантл је својом *теоријом граничног слоја* поставио темеље савремене механике флуида и отворио нову епоху у њеном развоју. Моделом граничног слоја објашњена је физика струјања вискозног флуида у близини чврстих површи, с једне стране, и извршено знатно математичко упрошћавање Навије–Стоксових једначина, с друге стране. Тиме су Прантлове једначине граничног слоја омогућиле решавање разноврсних проблема у техничкој пракси и спојиле теоријску и практичну науку о струјању. Данас не само да не постоји суштинска разлика између њих, већ се теорија, експеримент и нумерика међусобно повезују, условљавају и допуњују. Развој динамике стишљивог флуида условљен је, углавном, захтевима ваздухопловства и ракетне технике тако да је теорија граничног слоја проширена на област дозвучних и надзвучних струјања гаса.



Слика 1.5. Озборн Рејнолдс (1842-1919) и Лудвиг Прантл (1875-1953).

У претходном излагању смо из педагошко-дидактичких разлога истакли допринос знаменитих умова овој области науке. Уважавање тих људи и тих векова даје, поготову младим људима, нову снагу и жељу за темељним образовањем и истраживањем. Природно је да у наставку говоримо о физичкој суштини основних феномена у механици флуида, јасно и препознатљиво. Дакле, физика појаве је у првом плану. Али пре него што пређемо на анализу физике појава и карактеристичних феномена механике флуида, неопходно је у оквиру увода прецизније дефинисати неке појмове који ће се обилато користити у поглављима која следе. Наиме, у природи и техници струјни феномени су веома разноврсни, тј. веома различити аспекти могу да буду од одлучујућег

ГРАНИЧНИ СЛОЈ - УСЛОВ ПРИЈАЊАЊА

2

Веома задовољавајуће објашњење физичког процеса у граничном слоју између флуида и чврстог тела, може бити добијено хипотезом о адхезији флуида на контури чврстог тела, односно хипотезом да је релативна брзина између контуре и флуида једнака нули. Ако је вискозност флуида веома мала, као и путања дуж контуре тела преко које се флуид креће, брзина којом флуид струји ће бити једнака брзини спољашњег струјања на веома малом растојању од тела. Међутим, у том танком прелазном слоју, дешавају се велике промене брзине, које, иако је вискозност флуида мала, знатно утичу на струјање.

– Лудвиг Прантл

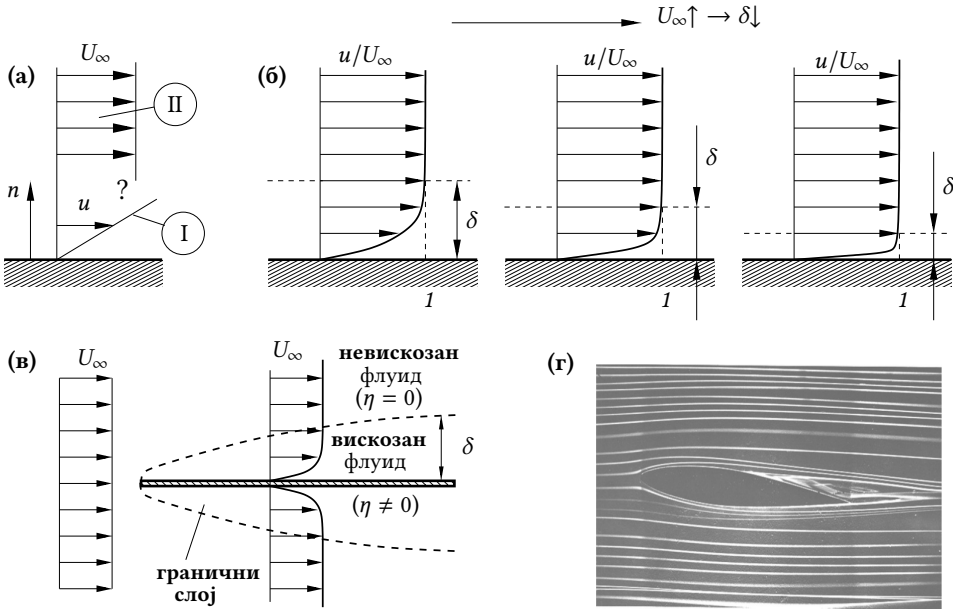
Трећи Конгрес Математичара, Хајделберг,
Немачка, 1904. године

2.1 Појам граничног слоја

Прантл је концептом граничног слоја изазвао научну револуцију у анализи струјања вискозног флуида као и практичном прорачуну отпора кретању тела у флуиду и одвајања струјања, тј. граничног слоја!

Шта је гранични слој и која су његова основна својства?

Прантл је показао да за флуиде са малом вискозношћу, на пример, за ваздух или воду, вискозност битно утиче на струјање само у танком слоју на површи тела. Изван овог слоја утицај вискозности је занемарљиво мали, и струјање се са великим степеном тачности може описати методама невискозног флуида. Прантл је овај слој флуида мале дебљине у непосредној близини чврсте површи, који је под утицајем вискозности, назвао *граничним слојем*. Он је при томе показао да мала дебљина граничног слоја омогућује битна поједностављења у једначинама струјања вискозног флуида, тако да проблем одређивања *отпора трења* постаје доступан математичким методама. Прантл је најпре



Слика 2.1. Специјални феномен: пријањање - гранични слој. (а) Понашање брзине у близини зида (чврсте површи) сагласно услову пријањања: I - пораст брзине на зиду (градијент брзине); II - брзина изван области зида (спољашња брзина). (б) Карактер струјања типа граничног слоја; (в) Гранични слој на плочи. (г) Сложена структура струјања при опструјавању профила.

гранични случај бесконачно танког граничног слоја може се, при фиксној коначној вредности спољашње брзине U_∞ постићи са веома малим вредностима динамичке вискозности η , тј. за $\eta \rightarrow 0!$ И овде, међутим, постоји низ недостатака:

- Флуиди, интересантни за техничку праксу, имају додуше мале бројне вредности за вискозност, али гранична вредност $\eta \rightarrow 0$ је тешка за интерпретацију.
- Аргументација са $\eta \rightarrow 0$ би формирање граничног слоја приписала својствима флуида, иако се овде чињенички ради о својству струјања ($U_\infty \rightarrow \infty$).
- Гранични процес $\eta \rightarrow 0$ сугерише граничну вредност $\eta = 0$. Ово би се интерпретирало као струјање невискозног флуида, дакле струјање без трења, у коме услов пријањања не може бити испуњен. Гранични слојеви, међутим, настају управо због дејства ефекта пријањања, такође и у граничном случају.

ВРТЛОЗИ, ВРТЛОЖНОСТ И ЦИРКУЛАЦИЈА

3

Вртлози су још од давнина фасцинирали човека, слика 3.1. Непознато порекло брзог кретања материје дуж затворених путања око заједничког центра до скоро је човек приписивао невидљивим, натприродним силама, које су побуђивале фантазију и стварање многобројних митова. Природно је да на овом месту себи поставимо питање:

Шта је заправо вртлог?

Одговор на ово нити је једноставан, нити једнозначан, јер је вртлог суштински начин кретања материје, због чега је појму вртлога у историји филозофије и науке припало значајно место.

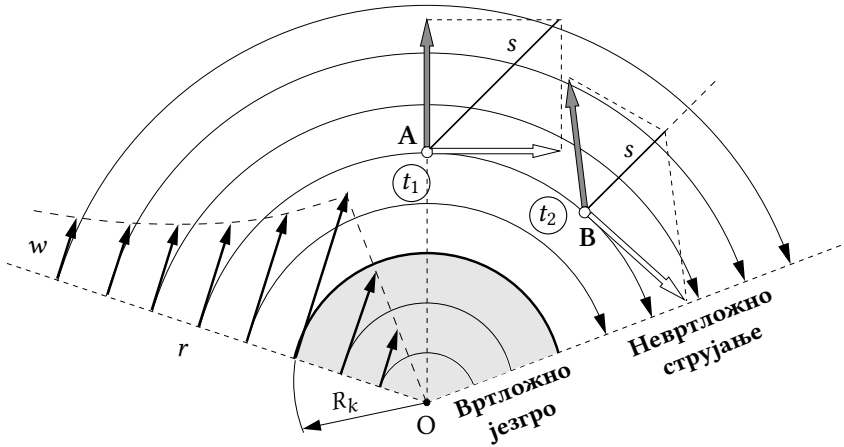


Слика 3.1. Леонардо Да Винчи (1452-1519): старац и вртлози. Скице вртложних феномена који се јављају при струјању флуида.

Захваљујући развоју теорије вртлога (Хелмхолц, Лорд Келвин, Максвел, Бјеркнес, Кроко и други) у оквиру класичне, а касније и статистичке механике, омогућена су фундаментална истраживања, као и успостављање аналогије физичких појава - на пример, механичких, хидромеханичких и електромагнетних појава. Без сумње су вртлог и његово кретање повезани са обртним, ротирајућим кретањем материје. Мора се, међутим, при томе разликовати, да ли појединачни инфинитезимално мали део материје, на пример, *флуидни делић* ротира

3.2 Вртложна и потенцијална струјања

Дакле, пошто по претпоставци струјање треба да буде *невртложно*, ми имамо задатак да пронађемо такав распоред брзине дуж радијалног правца, при коме симетрала угла између обе маркер-стрелице задржава почетни правац ($s \rightarrow s$), слика 3.5.



Слика 3.5. Кружење (кружно кретање - струјање) флуида око центра O (средишта кружења) обимском (тангентијалном) брзином w управном на полупречник (радијус) r . Циркулација са вртложним језгром и невртложно струјање изван језгра. Битна је просторно-временска еволуција флуидне, тј. материјалне дијаде уоченог флуидног делића.

Другим речима, симетрала угла s између два изабрана правца у флуидном делићу остаје паралелна сама себи при кружењу флуидног делића око координатног почетка O , по концентричним круговима у смеру казаљке на часовнику. Делић се не обрће око своје осе (ротација једнака нули) али се деформише. У питању је *невртложно* (потенцијално) струјање. Очигледно је да брзина флуидног делића мора да се смањује (опада) са повећањем растојања од средишта невртложног кружног кретања, тј. струјања. Једноставан рачун или покушај сагласно показаној конструкцији на слици 3.5 одмах показује, да брзина мора бити обрнуто пропорционална растојању од средишта O . Математички изражено ово значи да је производ rw константан. У механици флуида се, с обзиром на физику процеса, овај производ пише у облику $w \cdot 2\pi r = \text{const}$. Овим уводимо у даља разматрања важан појам - циркулацију Γ !

Прантлов концепт граничног слоја маркантно објашњава физику феномена одвајања струјања и омогућује важна експериментална истраживања и значајне прорачуне. Ми желимо да ову појаву барем квалитативно објаснимо, при чему ћемо у извесној мери разматрати и квантитативну, математичку допуну, у циљу потпунијег разумевања овог феномена, који је од изузетног значаја за техничку праксу. Из тог разлога тражимо одговоре на следећа питања:

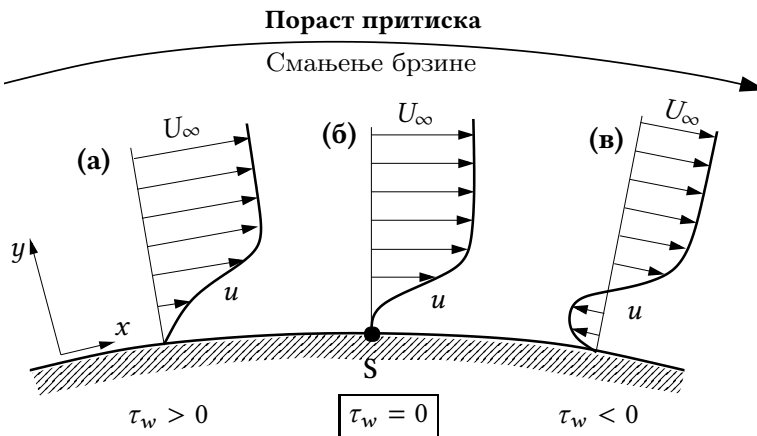
Шта је то одвајање струјања, када и због чега оно настаје, који су услови одвајања, како се оно прорачунава, на којим начин се њиме управља и како се одвајање спречава? Како феномен одвајања граничног слоја утиче на губитке енергије, силе узгона и отпора, као и на укупни енергетски биланс система и уређаја? Да ли у извесним инжењерским проблемима одвајање струјања може да буде корисно и да позитивно делује на одвијање струјних процеса и понашање техничких система?

4.1 Физички механизам одвајања струјања

Феномен одвајања струјања припада најважнијим хидродинамичким проблемима и његово истраживање представља веома актуелан и сложен задатак механике флуида. Класична концепција одвајања струјања суштински се заснива на **вискозности**, па се оно често назива „одвајањем струјања у граничном слоју“ или „одвајањем граничног слоја“. Неопходни услов за појаву одвајања струјања од зида је **позитиван градијент притиска**, тј. пораст притиска у смеру струјања. Ова тврдња, доказана од стране Прантла, важи како за струјање нестишљивих, тако и за струјања стишљивих флуида. Дакле, у општем случају одвајање граничног слоја настаје под истовременим утицајем вискозности и позитивног градијента притиска. Ако један од ова два утицаја

није присутан, онда не долази до одвајања струјања. Из ових разлога разматрамо квалитативни и квантитативни аспект вискозног струјања и утицаја градијента притиска на феномен одвајања граничног слоја.

Одвајање струјања се посматра у области где флуид струји дуж чврсте површи у правцу пораста (повећања) притиска. Наиме, промене притиска у спољашњем струјању суштински утичу на расподелу брзине у граничном слоју, а тиме и на његово понашање у односу на појаву одвајања, преласка ламинарног у турбулентно струјање и формирања различитих вртложних структура.



Слика 4.1. Принципијелна физичка ситуација при одвајању струјања - еволуција профила брзине. **(а)** Струјање у граничном слоју је у смеру спољашњег струјања па је $\eta(\partial u/\partial y)_{y=0} > 0$. **(б)** **S** - **тачка одвајања** ($\tau_w = 0$): тангента на профил брзине у тачки S је управна на зид: $(\partial_y u)_w = (\partial_y u)_{y=0} = 0$. **(в)** За струјање у супротном смеру од спољашњег струјања је $\eta(\partial u/\partial y)_{y=0} < 0$.

Нашу даљу пажњу усмеравамо на гранични слој ограничен чврстом површи и спољашњу струјну област, у којој се флуид понаша као невискозан. Као што смо већ рекли, струјање у граничном слоју је сједињено (повезано, спојено) са невискозним струјањем помоћу (спољњег) задатог градијента притиска.

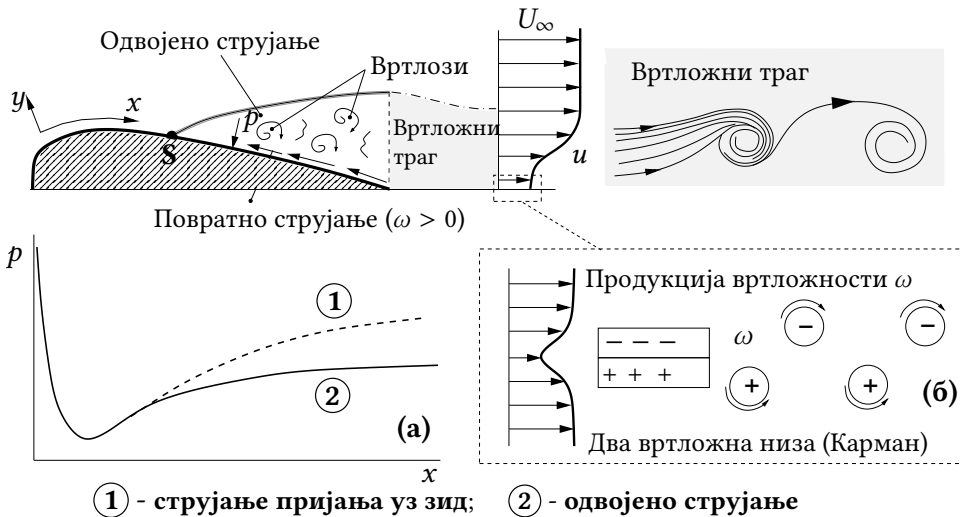
Теорија граничног слоја претпоставља да струјање прати чврсту површ, следи и прилагођава се њеном облику, глатко отиче са ње, присаједињено је чврстој површи. У техничкој пракси, међутим, ово се најчешће не дешава, јер је флуид, под одређеним условима, приморан да се креће даље од чврсте површи, удаљавајући се од ње. При томе се струјање у близини зида обавља у смеру супротном од смера спољашњег струјања. Овај феномен се уобичајено означава као одвајање струјања. Шта се при томе нарочито појављује? Очигледно је да се до-

У претходном делу материје утврдили смо да су феномени граничног слоја, одвајања струјања, настанка (стварања) вртлога и вртложног трага суштински повезани и, да ће као такви, одређивати карактер међудејства флуида и тела. При томе су питања у вези са постанком и еволуцијом вртлога незаобилазна, тако да у овом одељку, са пуним ослоном на Главу 3, покушавамо да дамо неке основне одговоре на њих.

5.1 Настајање (стварање) вртлога, продукција вртложности и структура вртложног трага

На сликама 4.4, 4.5 и 4.6 су приказани вртлози, линије одвајања струјања, смицајни слојеви и области повратног струјања. Све то је последица немоћи флуидних делића да у близини зида савладају растући притисак, који их приморава да се зауставе, да започну кретање у супротном смеру, и да под утицајем трења почну да *круже*, тј. да се обрћу око заједничког центра и, на крају, да формирају вртлог! Вртлог је зачет, шта се после тога догађа? Из предњег, почетног дела граничног слоја стално притичу нови флуидни делићи доживљавајући судбину својих претходника, чиме се домен повратног струјања подебљава, а област основног спољашњег (непоремећеног) струјања заједно са *смицајним слојем* све више се потискује од зида. У тачкама додирне површи спољашњег струјања и насталих вртлога, тј. формираних у смицајном слоју, ефекат вискозности се тако испољава, да основно струјање уз помоћ трења одвлачи (повлачи) вртлоге са собом. С физичке тачке гледишта, овај процес је могућ због тога што се у области одвојеног (повратног) струјања (рециркулациони домен) формира нова расподела притиска, која се знатно разликује од оне која настаје у случају када не постоји одвајање граничног слоја. Наиме, низструјно

од тачке одвајања S целокупно струјно поље се на изванстан начин уобличава у вртлоге, при чему пораст притиска који је проузроковао (изазвао) настајање вртлога ишчезава, или се свакако барем смањује. Захваљујући тако малом градијенту притиска спољашње струјање омогућује одвајање вртлога од зида, као и његово низструјно кретање, чиме се формира **вртложни траг** (слика 5.1).



Слика 5.1. Вртложни траг. (а) Принципијелна скица расподеле притиска и профила брзине у вртложном трагу. (б) Развитак вртложног трага, тј. генерисање вртлога, продукција, конвекција и дифузија вртложности ω .

Формирање вртложног трага је у бити нестационарна појава, и његова структура је различита у ламинарним и турбулентним режимима струјања. Важно је још једном истаћи да вртлози за своје кретање троше енергију основног струјања и да је притисак у вртложном трагу знатно смањен у поређењу са притиском потенцијалног струјања, што и представља узрок за **отпор притиска**, о чему ће бити речи касније.

Слика 5.1 суштински повезује феномене одвајања струјања, стварања вртлога и продукције вртложности. Струјање у граничном слоју је вртложно, јер се у процесу међудејства флуида и површи зида продукује (генерише) вртложност ω , што се манифестује у тенденцији флуидног делића да ротира, да се обрће око своје сопствене осе унутар граничног слоја. Расподела вртложности повезана је са расподелом брзине изразом (3.1), тако да је *средња вртложност* ω_{sr} , која се генерише

За анализу унутрашњих струјања познавање *падова притиска* је изузетно важно, као што су код спољашњих струјања важни *отпори*, тј. силе међудејства флуида и тела. При спољашњем струјању може, како непокретно тело да буде опструјавано флуидом (мостови, зграде и друго), тако и да се тело креће у флуиду (бродови, друмска и шинска возила, авиони и друго). Дејства сила зависе само од *релативне брзине* између тела и флуида.



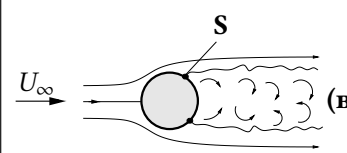
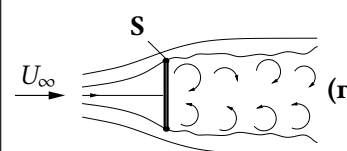
Међудејство флуида и њиме опструјаваног тела и конструкција представља једну од најважнијих области механике флуида. У ову врло захтевну област се сливају многобројна теоријска и експериментална знања која чине неопходну базу за тражење одговора на многобројна питања, која су од великог значаја за науку и технику. Многобројне књиге и радови, дакле замашан део научно-стручне литературе је посвећен овим проблемима. Како и не би, када је то свуда око нас, и у сваком тренутку! Кориснику ове књиге морамо да кажемо да смо из ове огромне и „животне“ области откинули, на жалост, само један делић материје, која се ослања на претходно излагање и при томе указује на основне феномене. У складу са овим разматраћемо:

- узроке и врсте отпора,
- силе узгона и отпора,
- коефицијенте укупног отпора, трења и притиска,
- различите проблеме опструјавања тела и
- извесне ефекте повезане са вискозним и невискозним флуидима, као и са вртложношћу и циркулацијом.

У оквиру увода ове главе, треба напоменути и ствари везане за покретно тело и покретан флуид. Наиме, у овим разматрањима поставља се важно питање, како се отпор тела које се креће у мирном флуиду

6.1.1 Физичке основе настанка и разлагања отпора

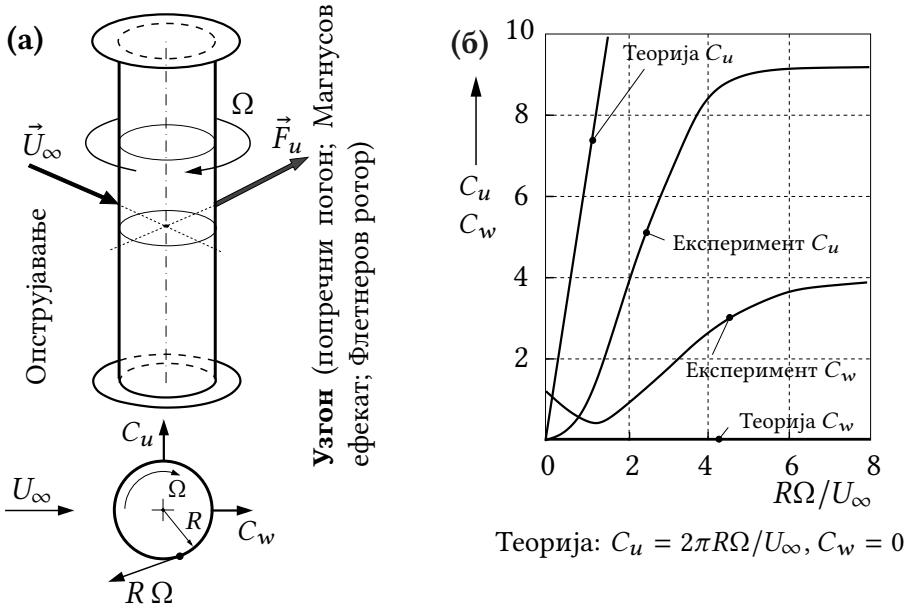
Природно се у овом тренутку појављује питање везано за узроке и врсте отпора, као и за њихово сабирање и разлагање. Одговор се налази у материји претходних одељака, па да би се ови феномени објаснили, ваља се вратити граничном слоју, вртложности, одвајању струјања и вртложном трагу. *Питање:* Зашто за случајеве опструјавања тела приказаних на слици 6.2 важе дате релације између отпора трења и отпора притиска?

Облик тела и начин опструјавања	Отпор у %	
	F_τ	F_p
 (а)	≈ 100	≈ 0
 (б)	≈ 90	≈ 10
 (в)	≈ 10	≈ 90
 (г)	≈ 0	≈ 100

Слика 6.2. Подела укупног отпора $F_w = F_\tau + F_p$ при опструјавању тела. (а) и (г) подужно и попречно опструјавана плоча; (б) аеропрофил (крило); (в) лопта, цилиндар. **S** - тачка одвајања.

Да ли се овим одговором може објаснити и једнак укупни отпор за тела скицирана на слици 6.3? Већ нам је познато да је отпор трења (отпор смицања, површински отпор) проузрокован трењем између флуида и површи тела, тачније, опструјаване површи. Из слике 6.2 се закључује, да је **отпор трења** нарочито важан, тј. да посебно долази до изражаја код танких, подужно опструјаваних тела, на пример, код плоча, лопатица турбомашина, површи авиона, бродова и друго. Пошто је отпор трења функција смицајног напона, онда је природно да ова врста отпора зависи од свих утицаја, који доводе до промене брзинског поља у граничном слоју, у које се убрајају: 1 - расподела притиска, 2 - режими струјања у граничном слоју (ламинарни или турбулентни), 3 - облици, кривине и храпавости оквашене површи, 4 - дозвучно или надзвучно струјање и 5 - посебан карактер тродимензијског струјања,

одвојити, и биће остварена струјна слика, укључујући и узгон, као за потенцијално струјање. При ротацији са већом угаоном брзином узгон ће остати исти, са незнатно различитим граничним слојем. Ова теорија даје веће вредности за узгон, као што то приказује слика 6.10.

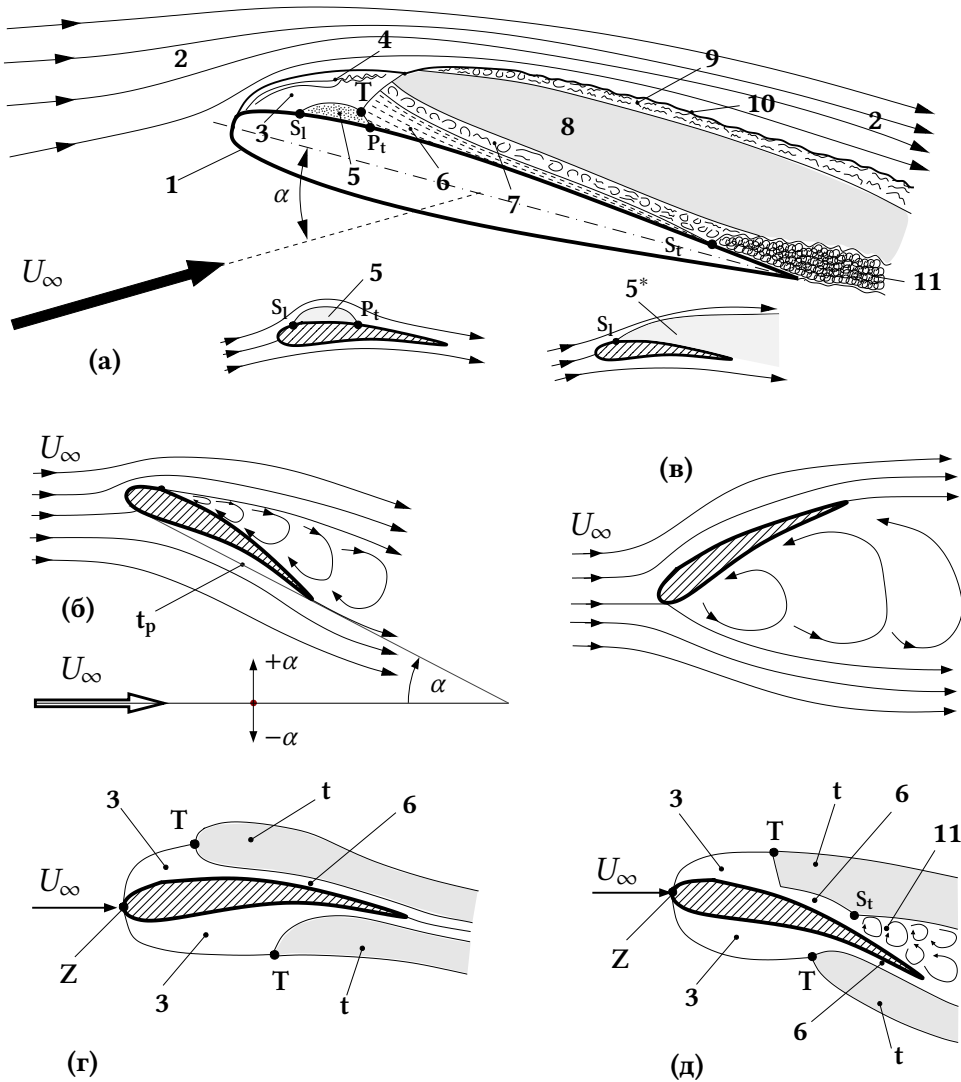


Слика 6.10. Ротирајући цилиндар: (а) Опструјавање ротирајућег цилиндра коначне дужине; (б) Теоријски и експериментални узгон и отпор за ротирајући цилиндар.

Експериментална реализација разматраног потенцијалног струјања приближно је дата помоћу опструјавања ротирајућег цилиндра, слика 6.10(а). Силе узгона и отпора којима флуид делује на цилиндар приказане су у својим бездимензијским облицима помоћу коефицијента узгона C_u и коефицијента отпора C_w . Теоријска вредност за C_u одређује се из израза (6.21) како следи

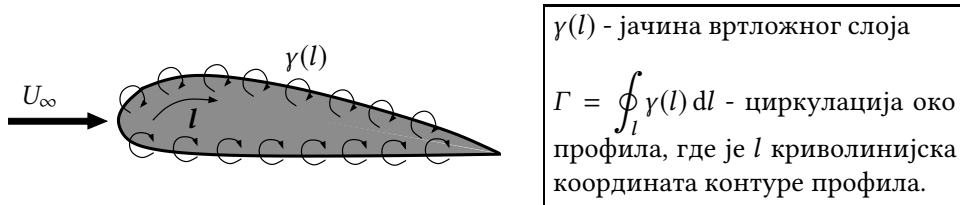
$$C_u = \frac{\Gamma}{U_\infty R} = 2\pi \frac{R\Omega}{U_\infty}, \quad (6.22)$$

при чему је $\Gamma = 2\pi R^2\Omega$ (слика 6.7г). Експерименталне вредности за C_u приказане на слици 6.10(б) добијене су у експерименту са ротирајућим цилиндром коначне дужине $L/2R = 12$. Разлог за одступање експерименталних вредности C_u од теоријских суштински се, великим делом, заснива на различитим граничним условима на цилиндру. Наиме,



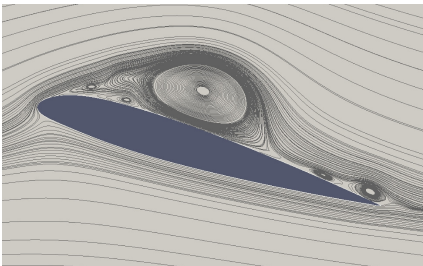
Слика 6.12. Застрасујуће струјање око осамљеног профила у коме се он бори за што већи узгон, а за што је могуће мањи отпор. **(а)** Профил 1 постављен под великим нападним углом α у спољашње непоремећено струјање 2, брзине U_∞ . **(б)** Одвајање струјања на *горњој* површи профила услед великог позитивног нападног угла α и формираног граничног слоја (α је угао између брзине U_∞ и тетиве, тј. тангенте профила, односно скелетнице у случају симетричног профила, као на сл. (а); позитивно и негативно α је означено у односу на правац непоремећеног струјања U_∞); **(в)** Одвајање струјања са доње стране профила услед великог негативног нападног угла; **(г)** Опструјавање профила без одвајања; **(д)** Струјање око профила са одвајањем струјања у тачки S_t . Са Z је означена зауставна тачка, а са t турбулентни гранични слој. Остале ознаке на сликама (г) и (д) су истоветне онима на слици (а).

се у невискозном флуиду моделирају помоћу методе замене површи профила са вртложним слојем. Овом анализом су отворена врата на путу истраживања како настанка циркулације око профила, тако и њених вредности које су од значаја за техничку праксу.



Слика 6.13. Профил произвољног облика са расподелом вртложног слоја на својој површи, чиме се физички повезују вртложност, циркулација, гранични слој, потенцијално струјање и узгон.

И на крају овог дела, као потпора физичке анализе струјања на слици 6.12, на слици 6.14 су приказани резултати нумеричког прорачуна турбулентног струјања око аеропофила.



Слика 6.14. Струјна слика око аеро-профила НАСА0012 при нападном углу $\alpha = 16^\circ$, и брзини опструјавања $U_\infty = 15 \text{ m/s}$. Струјање је разматрано као нестационарно, коришћењем Спаларт-Алмарас модела турбуленције. За нумерички прорачун је коришћен софтвер отвореног кода под називом OpenFOAM.

Веома сложена структура струјања, са одвајањем и формирањем вртложних зона је евидентна. На слици су приказане струјнице које одговарају временски осредњеном пољу брзине.

6.5.1 Услов Кута - постулат Жуковског

Практични захтеви који се постављају у теорији профила односе се на постизање што веће силе узгона, а што мање силе отпора. Оба захтева су испуњена у струјању које је свуда потенцијално, осим у танком граничном слоју и вртложном трагу, само ако је око профила произведена (формирана, успостављена) циркулација. Проблем се, дакле, састоји у томе, да се спречи одвајање граничног слоја од површи профила, с једне стране и да се генерише и прорачуна циркулација околно њега, с друге стране. Ипак, циркулација се не појављује ни у

ПРЕЛАЗАК ЛАМИНАРНОГ У ТУРБУЛЕНТНО СТРУЈАЊЕ

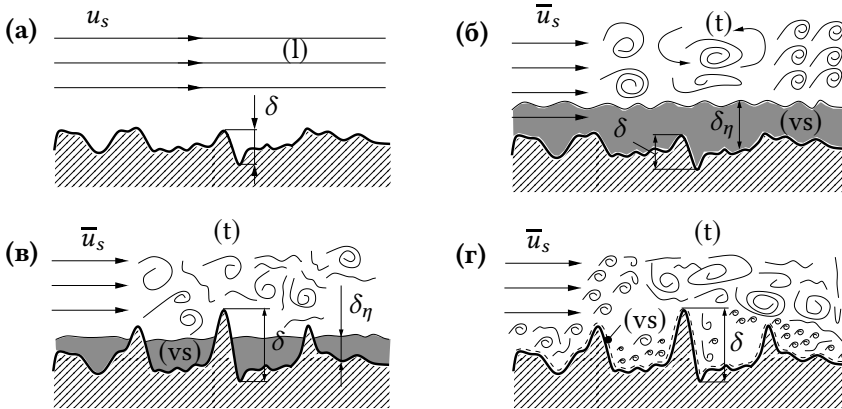
7

Значајна и чудновата појава изненадне, нагле промене отпора није ограничена само на кружни цилиндар (слика 6.4) и лопту (слика 4.11), већ се она дешава и код других тела и карактеристична је за многе струјне процесе. Физички основ за то је егзистенција два суштински различита облика струјања, *ламинарног* и *турбулентног*, слика 4.10. Рејнолдс је 1883. године својим знаменитим експериментима дефинисао критеријуме за **прелазак** ламинарног струјања у турбулентно и тиме отворио врата теоријским и експерименталним истраживањима *стабилности* струјања. Проблеми хидродинамичке стабилности и настанка турбуленције су, међутим, још увек нерешени проблеми механике флуида. Због изузетног значаја феномена преласка једног режима струјања у други, неопходна је његова анализа у циљу разумевања физике сложених појава и процеса.

7.1 Рејнолдсов експеримент и Рејнолдсова статистика

Хаген је на основу својих експеримената први уочио да се карактер струјања нагло мења, ако се брзина струјања воде у цеви повећа изнад извесне вредности (1854. година). Он је приметио да се прелазак једне врсте струјања у другу дешава при промени пречника цеви или температуре воде, тј. њене вискозности. Хаген, међутим, није успео да постави један општи принцип. То је учинио Рејнолдс 1883. године. Наиме, он је помоћу низа систематских експеримената, показао да један тип струјања прелази у други, када бездимензијска величина којој је Зомерфелд¹ 1908. године дао назив Рејнолдсов број, прекорачи извесну *критичну вредност*. Рејнолдсов број $Re = u_s d / \nu$ је формиран са средњом брзином $u_s = 4\dot{V} / d^2 \pi$, при чему \dot{V} и d означавају проток и пречник цеви, респективно.

¹ Арнолд Зомерфелд (нем. Arnold Sommerfeld, 1868-1951) немачки физичар.



Слика 7.8. Принципијелна скица утицаја храпавости површи зида цеви на закон трења при ламинарном и турбулентном струјању. **(а)** (l)-ламинарно струјање ($Re < 2320$, $\Delta p \propto u_s$) - храпавост δ нема утицаја - хидраулички глатка цев; **(б)** (vs) - вискозни слој прекрива неравнине ($\delta_\eta > \delta$) у турбулентном струјању; t - турбулентно језгро; $\lambda = \lambda(Re)$ (хидраулички глатка цев); **(в)** вискозни слој при повећању брзине постање тањи, тако да се појављују врхови неравнина, што утиче на турбуленцију - $\lambda = \lambda(Re, \delta/d)$ (хидраулички храпава цев, $\delta_\eta \approx \delta$); **(г)** за случај великих вредности Re-броја је $\delta_\eta \ll \delta$, вискозни слој је разрушен, храпавост игра главну улогу и продуктовани вртлози различитих структура искључиво утичу на губитке енергије - $\lambda = \lambda(\delta/d)$ (hрh - хидраулички потпуно храпава цев; $\Delta p \propto \bar{u}_s^2$).

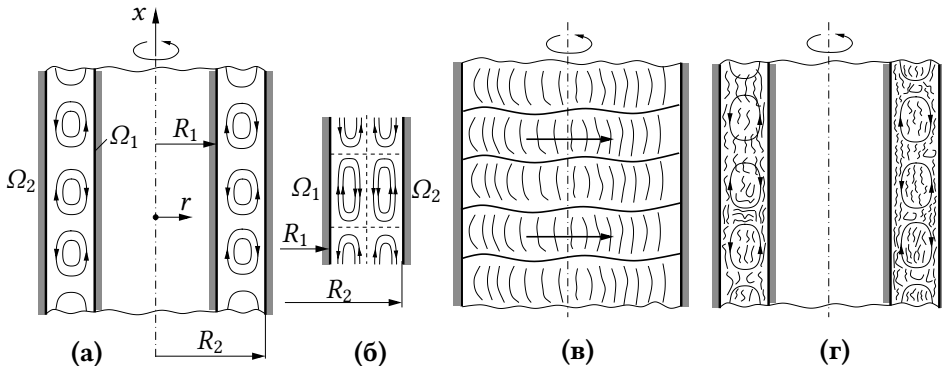
7.3 Стабилност ламинарног струјања. Основне врсте нестабилности

У складу са претходно реченим осећамо потребу да поставимо питање шта је то стабилност односно нестабилност, и да на њега потражимо одговор, наравно, основни и скроман, како то обим и намена књиге захтевају. Проблем хидродинамичке стабилности су први препознали и томе дали своје значајне доприносе Хелмхолц (1868), Рејли (1879) и Келвин (1880). Нестабилност је механизам са којим флуид предупредује јаке силе и формира нове облике, режиме и класе струјања. У највећем броју случајева нестабилност води ка турбуленцији. Иако су скоро сва струјања у природи и техници турбулентна, још увек не постоји задовољавајућа теорија која их у потпуности описује. У прелазној области између настанка прве нестабилности и турбуленције могу се формирати различите структуре вртлога и интересантне вртложне конфигурације. Разлог за ово лежи

решења. То, уствари, значи да помоћу међудејства вискозности флуида и чврстих граничних површи настаје поред дејства пригушивања турбуленције такође и ефекат продукције турбуленције. У овом смислу се говори о **ДВОЈАКОМ ДЕЛОВАЊУ ВИСКОЗНОСТИ** у науци о струјању: с једне стране, то је дисипативно дејство које има локални карактер, а с друге стране је дејство које доводи до генерисања унутрашњих таласа, што представља нелокално својство које на крају доводи до нестабилности. Толмин-Шлихтингови таласи су проузроковани вискозном нестабилношћу и њихово понашање изразито зависи од утицаја вискозности, који се, процесом дифузије, испољава и у прерасподели вртложности. Вртложност изазива поремећаје брзине одговарајућег типа, чиме, у ствари, вискозност рађа додатне поремећаје, који се фазно не поклапају са основним, што је узрок појаве сложених нестабилности. Ови утицаји су последица стабилизирајућих или нестабилизирајућих деловања вискозности. Ако се, на пример, повећава вискозност, онда се повећава и критична средња брзина струјања у изразу за Рејнолдсов број, тако да вискозни ефекти доводе до слабљења нестабилности различитих типова (Хелмхолчеве, Тејлорове, Бенарове, Тејлор-Гертлерове и друге). Већ је истакнуто, међутим, да теорија вискозног флуида једина може послужити у истраживању стабилности струјања у којима су профили брзине без превојне тачке.

Потребно је на овом месту, из академских разлога, поменути познату Ор-Зомерфелдову једначину којом се описује стабилност вискозног паралелног струјања. Међутим, и ова једначина не описује све појаве у области прелазка, тако да многи проблеми стабилности остају за сада нерешени. Заиста, још увек не постоји ни једно тачно (егзактно) решење ове обичне диференцијалне једначине четвртог реда са променљивим коефицијентима. Примењују се нумеричке и асимптотске методе, а извесне класе решења једначине Ора-Зомерфелда имају облик таласа, на пример, поменути Толмин-Шлихтингови таласи, чија се нестабилност истражује у оквиру слабо-нелинеарне теорије. *Линеарна* теорија стабилности, коју смо углавном и разматрали, игра велику улогу у предвиђању и описивању нестабилности ламинарних струјања. Међутим, губитак стабилности не означава прелазак у турбуленцију, тако да ова теорија у најбољем случају може једино описати сам почетак процеса настанка турбуленције. Осим тога, линеарна теорија није у стању да у низу случајева принципијелно објасни појаве које се уочавају током експерименталног истраживања развитка турбуленције. Тако смо, на пример, већ напоменули, да су сагласно овој теорији, Куетово струјање између паралелних плоча и Пуазејево струјање у цеви ста-

тлога са супротним смеровима обртања. У стварности, за сваки Re_k број који је већи од Re_k , настаје струјање са потпуно одређеном периодичношћу, коју, међутим, није могуће одредити помоћу линеаризованих једначина. Ако цилиндри ротирају у супротним смеровима (слика 7.16б), онда се ротирајуће струјање флуида испољава у настајању два реда вртлога, од којих је онај са већим интензитетом распоређен у близини унутрашњег цилиндра, док је ред вртлога мањег интензитета у близини површи спољашњег цилиндра.



Слика 7.16. Нестабилност ротирајућег Куетовог струјања. **(а)** Тејлорови вртлози (1923) при струјању између саосних цилиндара ($\Omega_1 \neq 0, \Omega_2 = 0$; оба цилиндра имају исти смер ротације: $\Omega_1, \Omega_2 > 0$ или $\Omega_1, \Omega_2 < 0$); **(б)** При обртању цилиндара у супротним смеровима ($\Omega_1 > 0, \Omega_2 < 0$ или $\Omega_1 < 0, \Omega_2 > 0$) настају два реда вртлога са супротним обртањима; **(в)** Благо заталасани (таласаста, таласни) Тејлорови вртлози; **(г)** Турбулентни Тејлорови вртлози, при чему струјање *није* потпуно хаотично због сачуване структуре тороидалних вртлога.

Уколико се за цилиндри на слици 7.16(а) и даље повећава угаона брзина унутрашњег цилиндра, на пример, за 25%, онда долази до секундарне нестабилности када Тејлорови вртлози постају заталасани у свом ламинарном кретању око унутрашњег цилиндра (слика 7.16в). При довољно великој угаоној брзини Ω_1 струјање прелази у турбулентно струјање, при чему се задржава основна структура у облику модификованих Тејлорових вртлога са хаотичним компонентама кретања (слика 7.16г). Због тога струјање није потпуно хаотично, иако флуидни делићи више нису везани за прстенасте површи, тако да промена аксијалне компоненте брзине $u(t)$ у времену у неким тачкама између цилиндара одговара дијаграму (а) са слике 7.4. Дакле, мерењима је утврђено флукуационо поље $u'(M, t)$ и временски осредњена вредност аксијалне брзине $\bar{u}(M)$, која је дефинисана изразом (7.2). Тејлор је својом теоријом

... И ШТА ДАЉЕ?

Савремена Механика флуида се заснива на врло развијеним аналитичким, нумеричким и експерименталним методама. Све три су међусобно сједињене у решавању струјно-механичких проблема. Свака од ових метода, међутим, „има своју физику“, тако да сва знања о њима нису потпуно довољна. Зато су, исто толико, важна детаљна разумевања струјних феномена као што су одвајање струјања, генерисање вртлога, прелазак ламинарног у турбулентно струјање и друго.

Из претходних набрајања произилази да се у Механици флуида заиста појављује значајан број феномена. У предметној књизи аутори су се ограничили на важне феномене који се најчешће јављају у проблемима струјања у техничкој пракси. Читаоци, који су бољи познаваоци различитих области механике флуида, сигурно већ од читања Садржаја, примећују да ће аутори у будуће штиво уврстити, бар следећа три феномена: турбуленција - феномен класичне и статистичке механике, ударни таласи и међудејство ударних таласа и граничног слоја. Овим областима треба прикључити и Теорију сличних (аутомоделних) решења, Аналогију физичких појава, феномене у динамици гасова, неравнотежне процесе, као и асимптотске развоје и апроксимације у експерименталним и нумеричким приступима.

Концепција књиге овог типа ставља сваког аутора, па и нас двојицу, раније и касније, пред следећу одлуку:

- **Да ли** при разматрању феномена, који је у основи врло сложен, одређене чињенице прихватити као познате, различите претпоставке у појединостима не наводити, разна ограничења не помињати, а математичка извођења и себи и читаоцу „уштедети“? Овим се рађа утисак: Истински је све потпуно једноставно.
- **Или**, треба бити частан и рећи: Одређени феномени, на пример, турбуленција и њена физика и њено моделирање су тако компликовани и захтевни да се отпрве управо не могу суштински

разумети, чак и ако је брижљиво и промишљено изабрано и урађено?

Аутори ове књиге нису поштеђени ових педагошко-дидактичких дилема, те, с једне стране, нису хтели да „уплаше“ Читаоца са почетка књиге, али су, с друге стране, разматраним феноменима дали утемељено физичко значење, које је отпрве могло да се не разуме и да „збуни“. Аутори су се свесно одрекли математичких извођења и формула и дали предност објашњењима и физичком значењу појединих феномена. Планирани обим, концепција и намена ове књиге су, заједно са извесном „опрезношћу“ аутора у односу на сувишну и, можда непотребну комплексност приказа материје, одговорни за непродубљену математичку страну феномена. Суштински би то било могуће остварити у књизи много већег обима, од чега смо овом приликом одустали. Намера да се Читаоцу суштински објасни физика феномена у што једноставнијем облику на примерном броју страница је ипак превладала.

Претходно казивање, међутим, недвосмислено указује на суштинску повезаност модела, метода и физичких тумачења феномена који се истражују. Поред тога су неопходне опште важеће једначине механике флуида, при чему тежиште лежи мање на формалном аспекту математичких извођења, а знатно више на физичкој позадини једначина за различита струјања. У оквиру тако комплетног прилаза подразумева се ангажовано проучавање Димензијске анализе и закона сличности, Блок схема модела и метода прорачуна, као и Симулације струјних процеса у различитим техничким системима. На овим проблемима аутори раде већ дужи низ година, и извесни материјали су у припреми за штампу. Искреност у животу нам налаже да и у овој књизи не прећутимо чињеницу да је Механика флуида можда заиста „једна тешка област“ или „једна од најтежих и најпотребнијих стручно-научних области физике“.

Ми се, наш Читаоче, који стремиш сазнавању физичке суштине појава, захваљујемо на подстицају за рад на овом материјалу, а посебно ћемо бити охрабрани ако сте Ви, и сада на крају књиге, још увек ту, са нама. Нас ће веома радовати ако из круга наших читалаца добијемо потстрек, жеље и предлоге за различита побољшања, која се при евентуалном следећем издању могу узети у обзир.

Од вас Читаоче, који нас од почетка књиге успешно пратите, као и од других читалаца и нас самих зависи даља историја ових наших књишких дружења. Ако сазнамо да сте задовољни и да Вам све ово

користи у Вашем племенитом стремљењу ка свом правом и већем образовању, са посебном радошћу и ангажовањем ћемо потпомоћи Ваше планове и жеље... И видећемо се слободнији, креативнији, ученији и племенитији у храму морала, знања, етичности и људскости.

„БУДИМО ЉУДИ!“

Београд, новембра 2022. године.

С. Чантрак и А. Ђоџић.

ИЗВОДИ ИЗ РЕЦЕНЗИЈА

„У овој књизи се обрађују важни феномени који се јављају у механици флуида, са аспекта њихове физичке суштине. Ти феномени су: пријањање флуида за чврсту контуру са елементима теорије граничног слоја, вртлози и вртложност, одвајање струјања, вртложни трагови, узгон и отпор и прелазак ламинарног у турбулентно струјање. Сви ови феномени су неизоставно срећу у изучавању механике флуида, и аутори су уложили велики труд да на јединствени начин објасне сваки од наведених феномена. Физичка објашњења су праћена изванредним графичким илустрацијама и скицама, са детаљним разјашњењима датим и у потписима тих слика.

Ова књига је јединствена књига из области механике флуида на нашим просторима, написана на оригинални начин, и сигурно ће бити од велике користи студентима који изучавају механику флуида на докторским и мастер студијама. Такође, књига ће бити од користи и истраживачима који се баве научним областима које имају додира са механиком флуида.“

др Марко Иветић, ред. проф. у пензији
Универзитет у Београду - Грађевински факултет

„Ова књига је јединствена по много чему, што је за сваку хвалу. Требало би много простора да се набрајају сви епитети за овако написано штиво. У првом реду треба истаћи лепоту језика, са којим је написана, као и вештину да се, и нешто што је по својој природи компликовано, објасни једноставно и разумљиво и неком почетнику у научној области механика флуида.

*Књига је намењена првенствено студентима, који слушају предмет **Одабрана поглавља из механике флуида** на Докторским студијама овог Факултета. Сви ови феномени се срећу и приликом изучавања механике флуида у оквиру предмета Механика*

флуида М, на Мастер студијама овог Факултета. Неки од феномена се спомињу без детаљног објашњавања и у оквиру Механике флуида Б на Основним академским студијама Факултета. С друге стране, у њој ће уживати и сви они који се баве механиком флуида као научном облашћу, као и напредни инжењери жељни унапређења постојећег знања.

Аутори преко ове књиге дају одговор на вечиту тему - да ли је у механици флуида важнији математички апарат или физичка суштина?! Тако се, уз мало неопходне математике, до танчина разјашњавају неки од најважнијих феномена механике флуида. У првом реду је то гранични слој, чијим се проучавањем у механици флуида направио нагли скок. Наравно ту су још и незаобилазни вртлози, као и њихова пратиља вртложност, а потом и вртложни траг. Фундаментални феномен је дејство флуида на тело, а у вези са тим сила узгона и отпора. Отпор је сигурно мањи код ламинарног него код турбулентног струјања. Зато је од велике важности дати физичко појашњење феномена преласка ламинарног у турбулентни режим. Без претеривања може се рећи да су аутори потпуно успешно обавили себи постављен задатак. Једини закључак, који се намеће, приликом читања ове одличне књиге, јесте да су аутори, приликом писања, имали изузетно надахнуће.“

др Милан Лечић, ред. проф.
Универзитет у Београду - Машински факултет