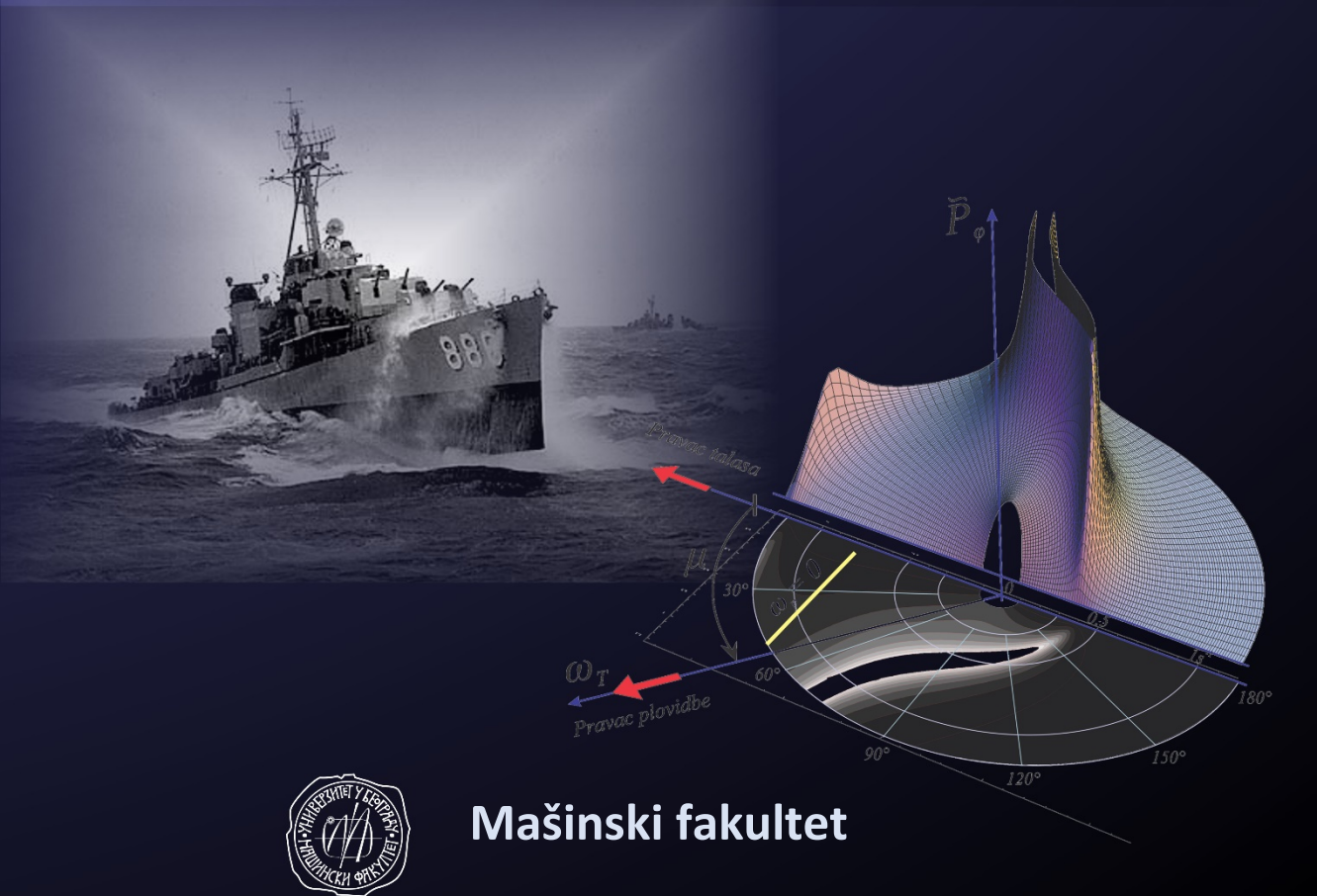




PONAŠANJE BRODA NA TALASIMA

Milan Hofman



Mašinski fakultet

Milan Hofman, profesor Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu, u penziji

PONAŠANJE BRODA NA TALASIMA

Udžbenik za istoimeni predmet na Smeru za Brodogradnju Mašinskog fakulteta

I izdanje

Recenzenti:

dr Milorad Motok, redovni profesor Mašinskog fakulteta
dr Igor Bačkalov, vanredni profesor Mašinskog fakulteta

Izdavač: Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu
Kraljice Marije 16, 11120 Beograd

Za izdavača: dekan, prof. dr Radivoje Mitrović

Glavni i odgovorni urednik: prof. dr Milan Lečić

Odobreno za štampu odlukom dekana Mašinskog fakulteta
23/2020 od 29.10.2020. godine

ISBN 978-86-6060-058-7

Tiraž: 150 primeraka

Štampa: PLANETA PRINT, Vinogradski Venac 9/10, 11136
Beograd

Zabranjeno fotokopiranje i preštampavanje. Sva prava
zadržava izdavač i autor

Beograd, 2020. godine



Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu

PONAŠANJE BRODA NA TALASIMA

Milan Hofman

Beograd, 2020.

SADRŽAJ

PREGOVOR

UVOD	1
1. OSNOVNE JEDNAČINE LJULJANJA BRODA	5
2. LJULJANJE BRODA NA MIRNOJ VODI	15
2.1. Poniranje broda	17
2.2. Valjanje broda	25
2.3. Posrtanje broda	33
2.4. Spregnuto poniranje i posrtanje broda	36
2.5. Hidrodinamički koeficijenti u jednačinama ljuljanja	47
3. TALASI NA PLOVNOM PUTU	57
3.1. Hidrodinamička teorija talasa	61
Nagib talasa, brzina strujanja, uslovi linearizacije	73
Poremećajni pritisak	75
O uslovu duboke vode	75
Energija talasa	76
Grupna brzina talasa	78
Prividna frekvencija talasa	80
Neregularni talasi	83
Voda ograničene dubine	85
3.2. Stohastička teorija talasa	87
Srednje visine i srednje amplitude talasa	88
Srednja odstupanja slobodne površine od ravnotežnog položaja	89
Funkcije raspodele verovatnoće amplitude i visine talasa	92
Spektar talasa	96
Srednji periodi talasa	100
Širina spektra talasa	100
Osmatranja i merenja talasa	103
Standardni spektri talasa	110
Određivanje neregularnih talasa iz poznatog spektra	118
Trodimenzionalni efekti – direkcioni spektar	120
Talasi-samotnjaci	123
Kratkoročna i dugoročna statistika	126
Primeri i vežbe	128

4. LJULJANJE BRODA NA REGULARNIM TALASIMA	131
4.1. Plovidba broda na bočnim talasima	145
4.1.1. Valjanje broda	146
4.1.2. Poniranje i zanošenje broda	158
4.3.3. Pomeranja, brzine i ubrzanja tačaka broda	168
4.2. Plovidba broda ka talasima	173
4.2.1. Pomeranja, brzine i ubrzanja tačaka broda	195
4.3. Plovidba broda pod proizvoljnim uglom u odnosu na talase	202
4.4. Plovidba broda niz talase – jahanje talasa i broučing	216
4.5. Spregnute jednačine ljuljanja broda	225
4.6. Dopunski problemi valjanja broda	238
4.6.1. Prigušenje pri valjanju broda	238
Ekvivalentno linearno prigušenje	241
Amplituda rezonantnog valjanja	244
Metod IMO kriterijuma vremenskih uslova	246
Metod Ikede i Himena	248
4.6.2. Nelinearno valjanje broda	259
4.6.3. Parametarsko valjanje broda	268
4.6.4. Gubitak metacentarske visine broda na talasima	283
5. LJULJANJE BRODA NA NEREGULARNIM TALASIMA	289
6. POSLEDICE LJULJANJA I KRITERIJUMI POMORSTVENOSTI BRODA	315
6.1. Zalivanje palube, izletanje propelera, sleming	317
6.2. Dodatni otpor i spontano smanjenje brzine broda na talasima	328
6.3. Dinamička opterećenja broda na talasima	343
6.3.1. Sile koje deluju na teret – klizanje i prevrtanje tereta	343
6.3.2. Opterećenje brodske konstrukcije	350
6.4. Uticaj ljuljanja na posadu i putnike	365
6.4.1. Morska bolest	365
6.4.2. Prekid rada usled ljuljanja	374
6.5. Kriterijumi pomorstvenosti broda	377

7. POBOLJŠANJE POMORSTVENOSTI BRODA	385
7.1. Plovidba broda ka talasima	387
7.2. Plovidbe broda na bočnim talasima	404
7.2.1. Valjanje broda	404
7.2.2. Poniranje i zanošenje broda	411
7.3. Smernice pri projektovanju broda	413
7.4. Jedno nekonvencionalno rešenje	415
8. STABILIZATORI LJULJANJA BRODA	419
8.1. Pasivni stabiliztori	421
8.1.1. Prigušivači valjanja	421
Ljuljne kobilice	421
Paravanski stabilizatori	430
8.1.2. Apsorberi valjanja	434
Pasivni ljuljni tankovi	434
8.2. Aktivni stabiliztori	451
8.2.1. Aktivna peraja	451
8.2.2. Aktivni žiroskopi	459
8.2.3. Aktivni ljuljni tankovi	462
8.2.4. Kormilo	465
8.3. Smernice za izbor stabilizatora	467
9. OPERATIVNOST BRODA	469
10. ANALIZA PREVRTANJA BRODA	481
10.1. Nelinearno valjanje broda pod uticajem vetra i talasa	487
10.2. Razvoj nove generacije kriterijuma stabiliteta broda	497
11. EKSPERIMENTALNA ISPITIVANJA BRODA NA TALASIMA	501
NOMENKLATURA	523
LITERATURA	543
PRILOZI	549
PRILOG 1 – Nelinearne diferencijalne jednačine valjanja, posrtanja i zakretanja broda	551
PRILOG 2 – Dodatne mase i prigušenja Luisovih rebara pri poniranju	555

PRILOG 3 – Amplitude i faze zbira harmonijskih funkcija	561
PRILOG 4 – Rešenje sistema spregnutih diferencijalnih jednačina prinudnog prigušenog oscilovanja sa dva stepena slobode	563
PRILOG 5 – Brodovi u numeričkim primerima	565

PREDGOVOR

Zamišljeno je da ova knjiga sadrži predavanja iz predmeta Ponašanje broda na talasima koji sam oformio i godinama držao na Smeru za brodogradnju Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu. Kažem „zamišljeno“, jer se obim knjige tokom pisanja (a trajalo je skoro dvadeset godina) neprestano proširivao. Oblasti koje sam lako preskakao na predavanjima, pravdajući to sebi i slušaocima malim fondom časova, u pisanoj verziji su delovale kao rupe koje zahtevaju popunu. I tako godinama, dopunjavajući slagalicu, knjiga je daleko prevazišla predavanja na osnovu kojih je započeta... Sadrži, nadam se, sve što brodograditelj treba da zna o pomorstvenosti broda. Onaj ko želi da postane ekspert, specijalista, moraće još da se pomuči. Nadam se da knjiga daje i za to dobru polaznu osnovu.

Zahvaljujem se recenzentima i kolegama s Katedre za brodogradnju, koji su čitali knjigu u raznim fazama tokom pisanja, i dali niz važnih primedbi i sugestija. Primere, skice, naslovnu stranu, prelom teksta, itd. uradio sam (uglavnom) samostalno, i snosim odgovornost za sve eventualne greške.

Zahvaljujem se porodici koja je imala razumevanja za sve vikende i dane odmora koje sam posvetio pisanju ove knjige. Da li je vredelo?

1. OSNOVNE JEDNAČINE LJULJANJA BRODA

BROD NA OLUJNOM MORU PREDSTAVLJA, JEZIKOM MEHANIKE, TIPIČAN PRIMER KRUTOG TELA KOJE VRŠI OSCILATORNO KRETANJE SA SVIH ŠEST STEPENI SLOBODE. SILE KOJE STVARA UZBURKANO MORE DELUJU NEUHVATLJIVO ZA BILO KAKVU TEORIJSKU ANALIZU, A LJULJANJE ZASTRAŠUJUĆE NE SAMO ZA ONE KOJI PLOVI NA BRODU, VEĆ I ZA NAS KOJI TREBA DA GA PRORAČUNAVAMO.

KAKO REŠITI OVAKO SLOŽENI PROBLEM? KRENUĆEMO OD FUNDAMENTALNIH JEDNAČINA DINAMIKE KRUTOG TELA. KORISTIĆEMO I HIDRODINAMIKU, STATISTIKU, I NIZ DRUGIH TEORIJSKIH ZNANJA STEČENIH TOKOM STUDIJA, ALI I NIZ UPROŠĆENJA I EMPIRIJSKIH FORMULA... PUT ĆE BITI DUG I PONEKAD KOMPLIKOVAN. IPAK, UPORAN ČITALAC ŽELJAN ZNANJA USPEĆE DO KRAJA OVE KNJIGE DA OVLADA NIZOM INŽENJERSKIH METODA ZA PRORAČUN, ANALIZU I (EVENTUALNO) SMANJENJE LJULJANJA BRODA I U NAJSLOŽENIJIM USLOVIMA PLOVIDBE PO REALNOM, UZBURKANOM MORU.



Teretni brod u konvoju na Severnom Atlantiku, juna 1943. Foto: NOAA Photo Library. Uz sliku je dat komentar: dolazak leta ne garantuje mirnu plovidbu.

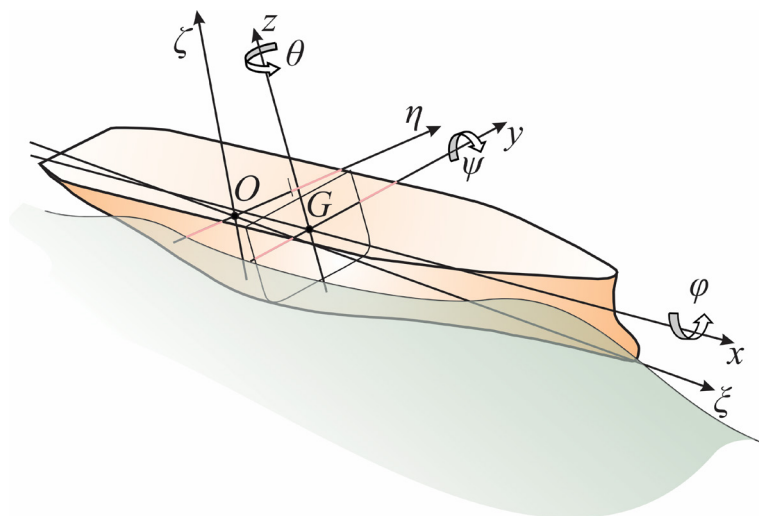
U ovom početnom poglavlju knjige biće postavljen problem, uvedeni koordinatni sistemi, definisana osnovna kretanja (ljuljanja) broda, i izvedene diferencijalne jednačine kretanja klasičnog problema pomorstvenosti broda. Bilo bi dobro da čitalac pokuša da se uživi u problem, i zamisli situaciju s prethodne fotografije: oluja, vetar, uzburkano zapenjeno more po kome plovi brod. Talasi stvoreni vetrom su neregularni, nepredvidivi i haotični, a ljuljanje broda deluje neuhvatljivo za bilo kakvu teorijsku analizu. Da bi donekle uprostili problem, pretpostavićemo da brod tokom ljuljanja ne koristi kormilo (ne manevriše), a da se njegovo ukupno kretanje sastoji od napredovanja *konstantnom* horizontalnom brzinom \vec{v}_0 i oscilovanja izazvanog talasima oko ovog osnovnog ravnotežnog kretanja. Pretpostavićemo dalje da su sva oscilatorna kretanja oko ravnotežnog položaja *mala*. Matematički, to su male veličine prvog reda, čiji se kvadrati i viši stepeni smeju zanemariti. Interesuje nas ljuljanje izazvano talasima, i zato zanemarujemo uticaj sile vetra na nadvodni deo broda. Naravno, posredni uticaj vetra – talase koje stvara na površini mora uzimamo u obzir preko hidrodinamičkih sila koje deluju na podvodni deo broda. Na kraju *zanemarujemo viskoznost vode*, odnosno hidrodinamičke sile proračunavamo preko jednačina kretanja idealne tečnosti. I pored ovih bitnih uprošćenja, problem koji treba rešiti ostaje izuzeto kompleksan: brod je i dalje na uzburkanom moru i vrši neregularno, na izgled haotično ljuljanje.

Primenjene klasične aproksimacije teorije pomorstvenosti broda treba dobro razumeti. Aproksimacije svakako pojednostavljuju problem koji razmatramo, ali i značajno ograničavaju primenu rezultata do kojih dolazimo. Tako, na primer, pretpostavka o konstantnoj brzini napredovanja onemogućava analizu veoma opasnog problema skretanja broda na talasima. Linearizacija onemogućava analizu ljuljanja broda s velikim uglovima nagiba, posebno analizu prevrtanja broda na talasima. Na olujnom moru na brod uvek deluju i vetar i talasi, pa zanemarivanje (ili razdvajanje) uticaja vetra ne deluje opravdano. Uticaj viskoznosti vode uglavnom jeste mali, ali u pojedinim slučajevima postaje veoma bitan. Novija istraživanja idu dalje od klasične teorije, i pokušavaju da reše problem pomorstvenosti broda bez navedenih uprošćenja. I mi ćemo, u pojedinim poglavljljima ove knjige, pokušati da nagovestimo ove nove trendove.

Brod dok plovi po olujnom moru predstavlja, jezikom mehanike, kruto telo koje vrši opšte kretanje sa svih šest stepeni slobode. Kao što je rečeno, njegovo ukupno kretanje sastoji se od osnovnog (ravnotežnog) kretanja – plovidbe konstantnom brzinom napredovanja \vec{v}_0 , i oscilovanja izazvanog talasima oko ovog ravnotežnog kretanja. Pri rešavanju sličnih problema, u mehanici je uobičajeno da se uvedu dva koordinatna sistema: prvi, pokretni (sopstveni) koordinatni sistem vezan za telo, i drugi nepokretni

– inercijalni koordinatni sistem vezan za Zemlju. Izbor ovih sistema je donekle proizvoljan i prilagođava se problemu koji treba rešiti.

Pri analizi ljuljanja broda, pokretni koordinatni sistem x, y, z vezuje se za brod, a njegov početak usvaja u težištu broda G . Pri tome je osa x uzdužna osa usmerena ka pramcu broda, a osa y poprečna osa broda. Treća osa z leži u ravni simetrije broda i usmerena je naviše (slika 1.1). U slučaju ravnotežne plovidbe broda, uvedene ose x i y bile bi horizontalne, a osa z vertikalna. Na talasima, tokom ljuljanja, sve tri ose zadržavaju svoj pravac u odnosu na brod, ali stalno menjaju svoj položaj u prostoru.



Slika 1.1. Koordinatni sistemi pri analizi ljuljanja broda: sopstveni sistem x, y, z i inercijalni sistem ξ, η, ζ .

Drugi koordinatni sistem koji uvodimo nije, kako je to uobičajeno u mehanici, nepokretan, već se kreće translatorno konstantnom brzinom napredovanja broda v_0 . Iako nije nepokretan, uvedeni koordinatni sistem jeste inercijalan. Koordinatni početak ovog sistema O i njegove ose ξ, η, ζ usvojene su tako da se, pri ravnotežnoj plovidbi broda, dva uvedena koordinatna sistema poklapaju. Pri ljuljanju broda, težište G se tokom vremena t pomera u odnosu na koordinatni početak O , a brod se, kao kruto telo, obrće (ljulja) oko svojih osa x, y i z . Koordinate težišta G tokom ljuljanja su funkcije vremena $\xi_G(t)$, $\eta_G(t)$ i $\zeta_G(t)$, a uglovi obrtanja (uglovi nagiba) broda oko njegovih sopstvenih osa su $\varphi(t)$, $\psi(t)$, $\theta(t)$. Ovako uvedene koordinate predstavljaju pomeranja broda u odnosu na ravnotežni položaj plovidbe. Jezikom mehanike, to su generalisane koordinate koje opisuju svih šest stepeni slobode opšteg kretanja krutog tela u odnosu na uvedene koordinatne sisteme.

U problemu ljuljanja broda svaka od šest generalisanih koordinata (šest komponenti ljuljanja) ima svoje ime. To su:

- ξ_G - zaletanje (*surge*),
- η_G - zanošenje (*sway*),
- ζ_G - poniranje* (*heave*),
- φ - valjanje (*roll*),
- ψ - posrtanje (*pitch*),
- θ - zakretanje (*yaw*),

gde su u zagradi dati i odgovarajući engleski nazivi. Termin *ukupno ljuljanje broda*, ili samo *ljuljanje broda*, korišćićemo ovde (po dogovoru) za svih šest oscilatornih komponenti kretanja. Interesantno je da ni engleski jezik, ma koliko bogat brodskim i pomorskim terminima, nema adekvatan pojam koji bi istovremeno obuhvatao sva kretanja (ukupno ljuljanje) broda na talasima.

Čitalac bi ovde trebalo da zastane, razmisli, i srodi se sa uvedenim koordinatnim sistemima i ljuljanjima broda. Ne samo da zamisli brod na uzburkanom moru gledan spolja (da bude nepokretan posmatrač), već da zamisli da je na brodu, da se drži za neki od brodskih jarbola (koji bi mogao biti osa z), i da, izložen vetru i talasima, oseti uvedene komponente ljuljanja.

Diferencijalne jednačine ljuljanja broda moguće je dobiti primenom Njutnovog zakona i zakona o promeni momenta količine kretanja krutog tela. Njutnov zakon primenjen na ljuljanje broda glasi

$$m_b \cdot \vec{a}_G = \vec{F}_R, \quad (1.1)$$

gde je m_b masa broda, \vec{a}_G ubrzanje njegovog težišta, a \vec{F}_R rezultujuća sila koja deluje na brod. Zakon o promeni momenta količine kretanja primenjen na brod glasi

$$\frac{d\vec{L}_G}{dt} = \vec{M}_G, \quad (1.2)$$

gde je \vec{L}_G moment količine kretanja broda, a \vec{M}_G rezultujući moment svih sila za težište broda. Rezultujuća sila \vec{F}_R sastoji se od sile gravitacije (sile teže) $m_b \vec{g}$, gde je \vec{g} ubrzanje Zemljine teže, i sile kojom voda deluje na trup broda \vec{F}_v . Vektor rezultujućeg momenta \vec{M}_G predstavlja moment sile \vec{F}_v za težište broda G . U rezultujuću silu i moment trebalo bi uračunati i silu vetra, ali nju (kao što je objašnjeno) u klasičnoj teoriji kretanja broda na talasima, zanemarujemo.

*Termin *poniranje* više bi odgovarao osi ζ usmerenoj naniže, dok bi za uvedeni smer ose bio prikladniji termin *izletanje*. Osa ζ u ovom kursu je usmerena naviše radi lakšeg usaglašavanja s teorijom talasa, a pri tom je zadržan uobičajeni naziv ove komponente ljuljanja broda. Nadamo se da ova mala nelogičnost neće zbuniti čitaoca.

Kao što je poznato iz predmeta Mehanika, vektorske jednačine (1.1) i (1.2) treba projektovati na ose uvedenih koordinatnih sistema. Njutnov zakon projektujemo na ose inercijalnog sistema ξ, η, ζ i, nakon što iskoristimo činjenicu da je masa broda jednaka njegovom deplasmanu na mirnoj vodi $m_b = \Delta$, dobijamo tri diferencijalne jednačine

$$\begin{aligned} \Delta \cdot \ddot{\xi}_G &= F_\xi, \\ \Delta \cdot \ddot{\eta}_G &= F_\eta, \\ \Delta \cdot \ddot{\zeta}_G &= F_\zeta - \Delta \cdot g, \end{aligned} \quad (1.3)$$

gde su sa $\ddot{\xi}_G, \ddot{\eta}_G, \ddot{\zeta}_G$ obeležene projekcije ubrzanja težišta broda, a sa F_ξ, F_η, F_ζ odgovarajuće projekcije sile vode. Dobijene jednačine su, redom, diferencijalna jednačina zaletanja, diferencijalna jednačina zanošenja i diferencijalna jednačina poniranja broda.

Zakon o promeni momenta količine kretanja ne treba projektovati na inercijalne ose, jer bi momenti inercije broda u jednačinama tada bili promenljive veličine. Pogodnije je ovaj zakon projektovati na sopstvene ose x, y, z . Momenti inercije broda za ove ose su konstantni, ali zato same jednačine postaju znatno komplikovanije. Pun oblik ovih jednačina dat je u Prilogu 1, i ovde se, zbog složenosti, neće prikazivati. Ako se, shodno pretpostavci o malim uglovima nagiba, zanemare svi nelinearni članovi, na osnovu punog sistema jednačina (P1.1), Prilog 1, dobijaju se linearizovane jednačine

$$\begin{aligned} J_x \ddot{\phi} + J_{xz} \ddot{\theta} &= M_x, \\ J_y \ddot{\psi} &= M_y, \\ J_z \ddot{\theta} + J_{zx} \ddot{\phi} &= M_z. \end{aligned} \quad (1.4)$$

To su, redom, diferencijalna jednačina valjanja, diferencijalna jednačina posrtanja i diferencijalna jednačina zakretanja broda. U ovim jednačinama J_x, J_y, J_z su aksijalni, a J_{xz} i J_{zx} centrifugalni momenti inercije broda. Sa M_x, M_y i M_z obeležene su projekcije vektora \vec{M}_G , odnosno rezultujući momenti za koordinatne ose x, y i z . Treba uočiti da osa y , kao osa upravna na ravan simetrije, predstavlja jednu od glavnih osa inercije broda. Stoga važi

$$J_{xy} = J_{yx} = 0, \quad J_{yz} = J_{zy} = 0,$$

pa se u jednačinama (1.4) ne javljaju članovi koje množe ova četiri centrifugalna momenta inercije. Preostali centrifugalni momenti su međusobno jednaki, $J_{xz} = J_{zx}$, ali nisu jednaki nuli, i sprežu jednačine valjanja i zakretanja. Međutim, ovi centrifugalni momenti su mali u odnosu na aksijalne momente inercije. Naime, kada bi pramčani i krmeni delovi broda bili jednaki (kada bi postojala simetrija broda u odnosu na glavno rebro), osa x bi bila glavna osa inercije broda, a centrifugalni momenti inercije J_{xz}, J_{zx} ne bi postojali. Geometrija i raspored masa uobičajenih brodova ne zadovoljava ovaj

uslov, ali izvesna gruba simetrija pramac – krma ipak postoji. Stoga centrifugalni momenti J_{xz} , J_{zx} jesu mali, bitno manji od aksijalnih momenata inercije broda J_x , J_y , J_z , a članovi u jednačinama (1.4) koje oni množe su (makar u prvoj aproksimaciji) zanemarljivi.

Prema tome, jednačine valjanja, posrtanja i zakretanja broda na talasima svode se na

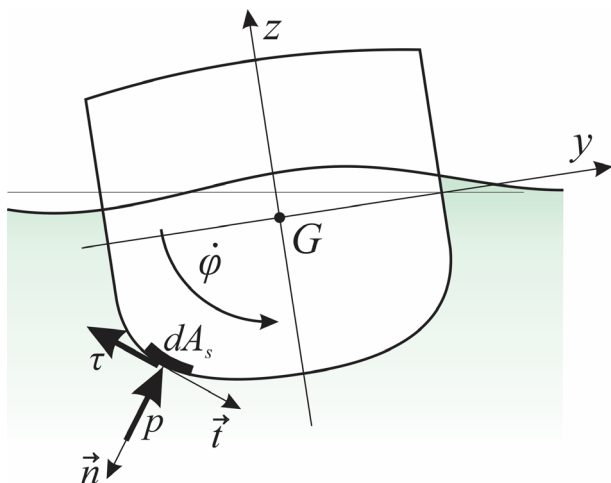
$$\begin{aligned} J_x \ddot{\phi} &= M_x , \\ J_y \ddot{\psi} &= M_y , \\ J_z \ddot{\theta} &= M_z . \end{aligned} \quad (1.5)$$

Treba ponoviti da jednostavan oblik diferencijalnih jednačina ljuljanja (1.5) važi samo za male uglove valjanja, poniranja i posrtanja. Pretpostavka da su uglovi male veličine (naravno u radijanima) uglavnom je opravdana za slučaj posrtanja i zakretanja broda. Nasuprot tome, ugao valjanja φ u mnogim važnim slučajevima ljuljanja broda na talasima nije mali, i zato linearizacija leve strane jednačina valjanja nije uvek opravdana. Ipak, ako se pažljivo pogledaju pune nelinearne jednačine (P1.1) iz Priloga 1, moguće je uočiti da izvršena linearizacija leve strane diferencijalne jednačine valjanja jeste korektna i u slučaju većih uglova φ , ako se pri valjanju ne javlja posrtanje ili zakretanje broda.

Za sistem diferencijalnih jednačina (1.5) upotrebljen je termin „jednostavan“. Ne treba se, međutim, zavaravati. Sistemi diferencijalnih jednačina (1.3) i (1.5) ne deluju opasno samo zato što nije dotaknuta njihova desna strana. Hidrodinamičke sile i momenti koji su grupisani na desnoj strani jednačina sadrže složenu interakciju fluida (sa slobodnom površinom i talasima na njoj) i tela (broda) koje vrši opšte oscilatorno kretanja. Pojedine komponente ovih sila i momenata ne samo da mogu biti nelinearne, već mogu istovremeno zavisiti od više generalisanih koordinata (od više komponenti kretanja) i na taj način sprežati diferencijalne jednačine ljuljanja broda.

Pređimo, za sada sasvim ukratko, na hidrodinamičke sile koje deluju na trup broda. Iz hidromehanike je poznato da se ukupno dejstvo sile kojom tečnost deluje na elementarnu površinu tela može razložiti na pritisak p upravan na površinu tela i usmeren ka njemu, i smičući napon τ , koji deluje u tangencijalnoj ravni nasuprot brzini strujanja (slika 1.2). Ovakva podela je fizički opravdana, s obzirom da je smičući napon isključivo posledica viskoznosti, odnosno da ne može postojati u idealnoj (neviskoznoj) tečnosti. Zanemarenje viskoznosti, koje (kako je naglašeno) predstavlja jednu od osnovnih aproksimacija koje primenjujemo, ne samo da isključuje τ napon, već omogućava i uvođenje funkcije potencijala brzine strujanja, čime se višestruko olakšava teorijska analiza hidrodinamičkog problema. U problemima ljuljanja broda, uticaj viskoznosti jeste mali, odnosno primenjena aproksimacija je relativno dobra i

opravdana. Izuzetak je (opet) valjanje broda, gde tangencijalne sile mogu igrati značajniju ulogu, i gde ćemo ponekad biti prinuđeni da dodatno računavamo i viskozne efekte.



Slika 1.2. Sile koje deluju na element površine trupa u poprečnoj ravni.

Da bi se odredila sila kojom idealni fluid deluje na brod, potrebno je, u principu, integraliti pritisak po celoj okvašenoj površini broda A_s

$$\vec{F}_v = - \int_S p \vec{n} dA_s, \quad (1.6)$$

gde je \vec{n} jedinični vektor normale na elementarnu površinu oplata dA_s na koju deluje pritisak p . Pritisak tada sledi iz tzv. Koši-Lagranžovog integrala Ojlerove jednačine

$$p(\xi, \eta, \zeta, t) = p_{at} - \rho g \zeta - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right)^2 \right], \quad (1.7)$$

gde je p_{at} atmosferski pritisak koji vlada na slobodnoj površini tečnosti, dok funkcija $\phi = \phi(\xi, \eta, \zeta, t)$ predstavlja potencijal brzine strujanja. Prema tome, da bi se odredila sila koja deluje na brod, neophodno je prethodno odrediti potencijal brzine strujanja, odnosno rešiti Laplasovu parcijalnu diferencijalnu jednačinu koja opisuje ovu veličinu. U uvedenom inercijalnom koordinatnom sistemu, Laplasova jednačina glasi

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} = 0,$$

pri čemu treba naći ono rešenje ove parcijalne diferencijalne jednačine koje zadovoljava granične uslove problema – u našem slučaju uslove na oplati broda i uslove na slobodnoj površini tečnosti.

Prikazani put za određivanje hidrodinamičke sile, naročito deo koji se odnosi na rešavanje same Laplasove jednačine, izuzetno je složen. Ovde je dat samo formalno (prvenstveno s ciljem da čitalac obnovi ovaj važan deo predmeta Mehanika fluida), i treba ga shvatiti samo kao algoritam unutar koga će biti potrebno izvršiti ceo niz dodatnih pretpostavki i aproksimacija vezanih za konkretne slučajeve ljuljanja broda*.

Vratimo se na diferencijalne jednačine (1.3) i (1.5) i ljuljanja broda koja one opisuju. Svih šest kretanja, kako je rečeno, predstavljaju pomeranja tela u odnosu na njegov ravnotežni položaj. Važno je, međutim, uočiti da se priroda ravnoteže kod pojedinih kretanja suštinski razlikuje. Za tri kretanja: poniranje, valjanje i posrtanje, reč je o položaju *stabilne* ravnoteže, dok je za preostala kretanja: zaletanje, zanošenje i zakretanje, u pitanju *indiferentni* položaj ravnoteže. Samo u slučaju kada se telo izvede iz položaja stabilne ravnoteže, dolazi do njegovog spontanog oscilovanja, odnosno kretanje tela tada poseduje odgovarajuću *sopstvenu frekvenciju*. S druge strane, samo ako postoji sopstvena frekvencija oscilovanja, može (ukoliko postoji i odgovarajuća oscilatorna pobuda) doći do pojave *rezonancije*. Znači, u problemu ljuljanja broda postoje samo sopstvene frekvencije valjanja, poniranja i posrtanja, i do rezonancije na talasima može doći samo kod ova tri kretanja. Rezonancija pri zaletanju, zanošenju i zakretanju broda, ne postoji. S rezonancijom su se čitaoci već dobro upoznali, i prepoznaju je kao važnu i opasnu pojavu koja se javlja u mnogim oblastima tehnike. Tako je i kod ljuljanja broda na talasima, gde ova pojava može dovesti do velikih i izuzetno opasnih nagiba, pomeranja i ubrzanja... Stoga, od šest komponenti ljuljanja koje smo definisali, tri kretanja – poniranje, posrtanje i valjanje su daleko važnija, potencijalno opasnija i složenija, te njima posvećujemo posebnu pažnju u kursu koji sledi.

* Čitalac kome spomenuti pojmovi (Laplasova jednačina, potencijal brzine strujanja, Koši-Lagranžov integral, Ojlerova jednačina) nisu bliski, svakako treba da ponovi problematiku iz predmeta Mehanika fluida. Inače, imaće problema s razumevanjem izvođenja koja slede. Isto važi i za pojmove vezane za predmet Mehanika (zakon o promeni momenta količine kretanja, diferencijalne jednačine kretanja, Ojlerovi uglovi, sopstvena frekvencija, rezonancija).

4.6.3. Parametarsko valjanje broda

Brod koji plovi u pravcu prostiranja talasa (ka talasima ili niz talase) vršiče, od svih šest komponenti ljuljanja, samo poniranje i posrtanje. Tako makar predviđa teorija koju smo do sada izložili. Jednačina valjanja broda u ovim uslovima glasi

$$(J_x + m_\varphi)\ddot{\varphi} + n_\varphi\dot{\varphi} + g\Delta \cdot GM \cdot \varphi = 0, \quad (4.158)$$

i identična je jednačini valjanja broda na mirnoj vodi (2.20). Svaki eventualni poremećaj koji bi doveo do naginjanja broda (npr. zakretanje kormila) oscilatorno bi opadao po zakonu (2.24), i posle izvesnog vremena nestao. Praksa, međutim, pokazuje i drugačije ponašanje broda: pri određenim brzinama plovidbe ka, i niz talase, može se javiti i intenzivno valjanje broda. To je tzv. *parametarsko valjanje*. U slučaju da je prividna frekvencija talasa dvostruko veća od sopstvene frekvencije valjanja broda, i da je dužina talasa približno jednaka dužini broda, ovo valjanje može porasti do veoma opasnih amplituda. To je slučaj tzv. *parametarske rezonancije*.

Iako se parametarsko valjanje broda proučavalo decenijama (vidi npr. *Paulling & Rosenberg, 1959, Paulling, 1961*), u širim brodograđevnim krugovima smatralo se da je reč o interesantnom teorijskom fenomenu zasnovanim na „visokoj” matematici i mehanici, koji se može reprodukovati u kontrolisanim eksperimentima, ali ne predstavlja opasnost za realne brodove u realnim olujama. I stvarno, pojave parametarskog valjanja i parametarske rezonancije bile su retke i nedovoljno ubedljive da bi se ovom fenomenu posvetila dovoljna inženjerska pažnja. Međutim, pojavom velikih kontejnerskih brodova krajem dvadesetog veka, stvari su se neočekivano i bitno promenile. Projektanti kontejnerskih brodova su, težeći da povećaju palubu za smeštaj što većeg broja kontejnera, pramčanim i krmenim rebrima davali sve veći poprečni nagib (fler). Dobijene forme s „lepezastim“ rebrima delovale su povoljno i s aspekta ponašanja na talasima: izrazita „V“ rebra i puna teretna vodna linija su, u principu, pogodni za poniranja i posrtanja broda. Dugi sopstveni periodi valjanja, koji su posledica malih metacentarskih visina, pogodni su za valjanje broda. Projektanti su, međutim, prevideli sklonost ovakvih formi ka parametarskom valjanju. Rezultati su bili zastrašujući (vidi fotografiju 4.69). Ogromni kontejnerski brodovi bi počinjali „divlje” da se valjaju pri plovidbi ka olujnim talasima, i to posebno u situacijama kada bi zapovednik, u želji da smanji poniranje i posrtanje, smanjivao brzinu broda. U takvim uslovima veze kontejnera su se kidale, a brodovi stizali u luke sa razbacanim, oštećenim i pogubljenim teretom.

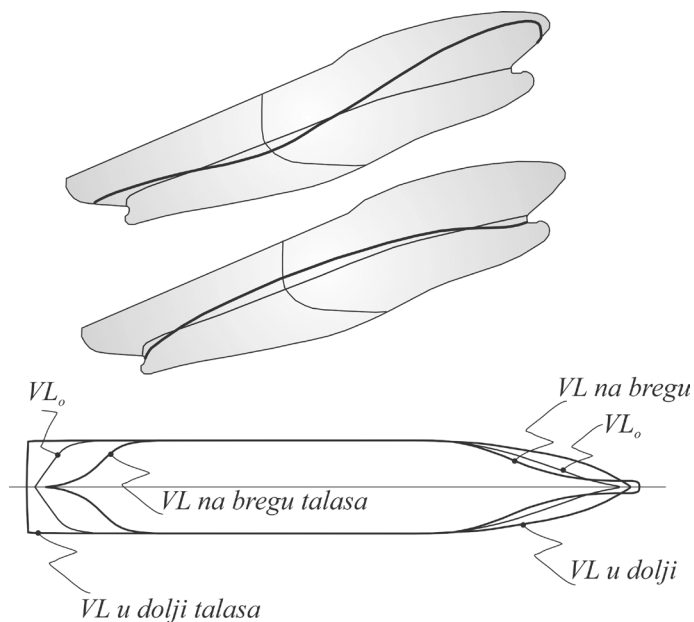
Stručna javnost je reagovala. Zapovednici brodova su dobili uputstva kako da izbegavaju kritične situacije. Brodograditelji su dobili smernice kako da, projektantskim merama, smanje sklonost kontejnerskih brodova ka parametarskoj rezonanciji (izdata su, na primer uputstva za projektovanje, *ABS 2004*). Parametarsko valjanje je, od sporednog i zapostavljenog fenomena, postalo jedna od najaktuelnijih

oblasti dinamike broda na početku 21. veka. A epizoda sa velikim kontejnerskim brodovima na prelazu vekova ostaće zapisana u istoriji brodogradnje kao opomena do čega može dovesti uvođenje novih formi (veći brod, šira paluba, više kontejnera...) bez sveobuhvatnog sagledavanja svih, pa i sasvim neočekivanih aspekata i opasnosti.



Slika 4.69. Kontejnerski brod u luci, nakon što je iskusio parametarsku rezonanciju. Uočiti široku krmu, koje obezbeđuju smeštaj velikog broja kontejnera na palubi broda.

Pređimo sada na teorijsko objašnjenje parametarskog valjanja, i neophodne dopune do sada izložene teorije. Podsetimo se, pri izvođenju klasične jednačine valjanja (4.158) pretpostavljeno je da je početna metacentarska visina broda konstantna. Međutim, ukoliko brod plovi u pravcu prostiranja talasa, oblik uronjenog dela trupa se kontinualno menja. Menja se i oblik vodne linije. Ove promene su prvenstveno posledica talasa kroz koje prolazi brod, ali (donekle) i poniranja i posrtanja samog broda izazvanog talasima. Najveće razlike u obliku vodne linije javljaju se pri talasnoj dužini jednakoj dužini broda, i to između slučajeva kada je brod na bregu i kada je brod u dolji talasa (slika 4.70). Posebno su ugroženi brodovi kod kojih je izražena promena oblika vodne linije s promenom gaza, odnosno brodovi s velikim poprečnim nagibom rebara na svom pramčanom i krmenom delu. Ponovimo, baš takav oblik su nametnule široke palube savremenih kontejnerskih brodova.



Slika 4.70. Razlika vodnih linija broda u dolji i na bregu talasa.

Početna metacentarska visina broda može se napisati kao

$$GM = BK + BM - GK ,$$

gde su BK i GK položaji težišta istisnuća i težišta broda po visini, dok je BM metacentarski radijus, jednak odnosu uzdužnog momenta inercije vodne linije i zapremine istisnuća broda

$$BM = \frac{I_x}{\nabla} .$$

Očigledno, i položaj težišta istisnuća i metacentarski radijus se menjaju dok brod prolazi kroz talase. Posebno je, zbog promene momenta inercije vodne linije, značajna promena metacentarskog radijusa, koji je (tipično) bitno veći na dolji nego na bregu talasa (vidi ponovo sliku 4.70). Promena metacentarske visine izazvana prolaskom broda kroz talase je periodična, i ima frekvenciju jednaku prividnoj frekvenciji talasa ω_p . Metacentarska visina broda se, prema tome, sastoji iz konstantnog i promenljivog dela

$$GM = \underbrace{GM_{sr}}_{const} + f_{GM}(\omega_p t) , \quad (4.159)$$

Promenljivi deo metacentarske visine se može (grubo) aproksimirati harmonijskom funkcijom

$$f_{GM} \approx \Delta GM \cdot \cos \omega_p t, \quad (4.160)$$

gde je ΔGM polovina razlike metacentarske visine na dolji talasa bregu talasa

$$\Delta GM = \frac{1}{2}(GM_d - GM_b),$$

dok konstantni deo metacentarske visine predstavlja njihovu srednju vrednost

$$GM_{sr} = \frac{1}{2}(GM_d + GM_b). \quad (4.161)$$

Brod na dolji i na bregu talasa nije u ravnoteži, tako da ovako proračunat konstantni deo metacentarske visine nije jednak početnoj metacentarskoj visini broda u ravnotežnom stanju, na mirnoj vodi. Smenom promenljive metacentarske visine (4.159), (4.160) u diferencijalnu jednačinu valjanja (4.158), sledi jednačina

$$(J_x + m_\varphi) \ddot{\varphi} + n_\varphi \dot{\varphi} + g \Delta \cdot (GM_{sr} + \Delta GM \cos \omega_p t) \varphi = 0,$$

koja, nakon deljenja sa članom uz ugaono ubrzanje, postaje

$$\ddot{\varphi} + 2\mu_\varphi \dot{\varphi} + \omega_\varphi^2 (1 + \varepsilon \cdot \cos \omega_p t) \varphi = 0, \quad (4.162)$$

gde uvedeni parametar ε predstavlja bezdimenzionu amplitudu promenljivog dela metacentarske visine broda

$$\varepsilon = \frac{\Delta GM}{GM_{sr}},$$

dok je ω_φ sopstvena frekvencija valjanja broda na talasima, koja se (zbog razlika u metacentarskim visinama) razlikuje od sopstvene frekvencije valjanja na mirnoj vodi. Prema ranije izvedenom izrazu za sopstvenu frekvenciju valjanja (2.22), odnos sopstvenih frekvencija valjanja u pretpostavljenim uslovima na talasima i na mirnoj vodi, glasi

$$\frac{\omega_\varphi}{\omega_{\varphi_0}} = \sqrt{\frac{GM_{sr}}{GM_0}}, \quad (4.163)$$

gde se indeks 0 odnosi na mirnu vodu.

I pored toga što se od diferencijalne jednačine valjanja broda na mirnoj vodi razlikuje samo za jedan harmonijski član, diferencijalna jednačina (4.162) je neuporedivo komplikovanija za rešavanje. Jednačina se pogodnom transformacijom svodi na tzv. diferencijalnu jednačinu Matjea (*Mathieu*), a njena rešenja se mogu prikazati samo u formi specijalnih funkcija, poznatih kao funkcije Matjea (za detalje vidi npr. *Mechel, 1997*). Ali, i bez ulaženja u složenu matematičku teoriju ovih funkcija,

pokazaćemo principijelne razlike rešenja klasične jednačine valjanja (2.21) i nove jednačine (4.162).

Jednačinu (4.162) možemo prikazati u obliku

$$\ddot{\varphi} + 2\mu_{\varphi}\dot{\varphi} + \omega_{\varphi}^2\varphi = -\varepsilon \cdot \omega_{\varphi}^2\varphi \cdot \cos \omega_p t, \quad (4.164)$$

koji liči na jednačinu *prinudnog* valjanja, pri čemu je sada pobudni član na desnoj strani jednačine javio kao posledica promenljivog parametra $GM = GM(t)$ u samoj diferencijalnoj jednačini. Zato se ovakvo valjanje i naziva „parametarsko”. U jednačini se, kao i ranije, javljaju dve frekvencije, sopstvena frekvencija valjanja broda ω_{φ} i prividna frekvencija talasa ω_p . Prividna frekvencija prestavlja prinudnu frekvenciju oscilovanja, tako da je logično da se, ukoliko se ove frekvencije izjednače, javi rezonancija. Problem je, međutim, znatno složeniji. Za razliku od prethodno analiziranih jednačina *prinudnog* ljuljanja, ugao valjanja $\varphi(t)$ se eksplicitno javlja i na desnoj strani jednačine, čime utiče na pobudni član, tako da $\omega_p = \omega_{\varphi}$ ne predstavlja jedinu, pa ni najopasniju „parametarsku” rezonanciju. Ali krenimo redom.

Kao što smo više puta naglasili, oscilatorno rešenje jednačine *slobodnog prigušenog valjanja* (2.21) opada eksponencijalno s vremenom, tako da svaki početni poremećaj valjanja vremenom odumire. Rešenje klasične jednačine *prinudnog prigušenog valjanja* (jednačine (4.25) odeljak 4.1) teži harmonijskoj funkciji konstantne amplitude. Jednačina parametarskog valjanja (4.164), uz oscilatorna rešenja koja opadaju tokom vremena (*stabilna* rešenja), i rešenja koja teže konstantnoj amplitudi (*granična* rešenja), poseduje i oscilatorna rešenja koja rastu s vremenom (tzv. *nestabilna* rešenja), slika 4.71.

U slučaju stabilnog rešenja jednačine parametarskog valjanja (4.164), svaki eventualni poremećaj valjanja vremenom iščezava, a brod pri plovidbi u pravcu prostiranja talasa vrši samo poniranje i posrtanje. Nasuprot tome, ukoliko je rešenje nestabilno, uz poniranje i posrtanje, javlja se i valjanje broda. Svaki mali i beznačajan poremećaj ugla nagiba broda dovodi do valjanja koje neprekidno raste, tako da amplitude valjanja (makar prema linearnoj teoriji koju sada razmatramo) postaju vremenom beskonačno velike!

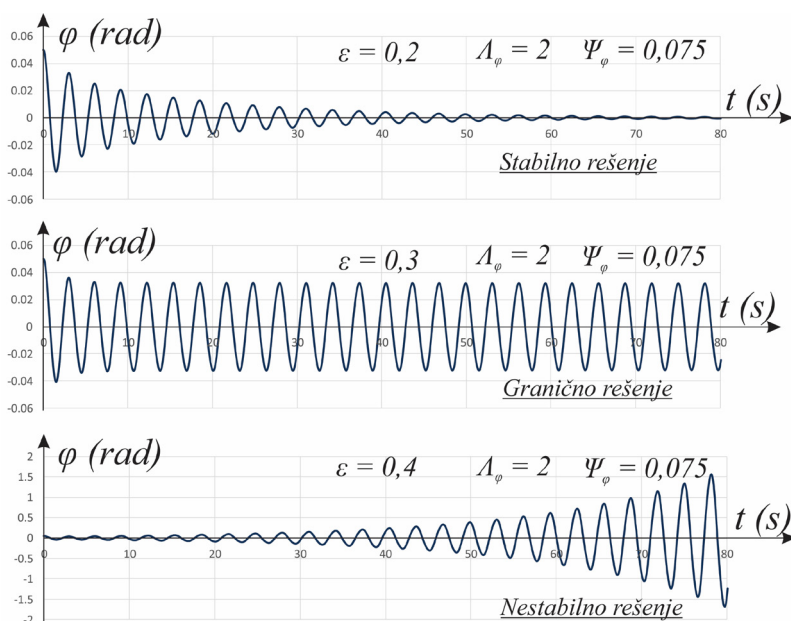
Da li će rešenje opadati ili rasti (da li će valjanje biti stabilno ili nestabilno) zavisi od tri bezdimenziona parametra jednačine

$$\Psi_{\varphi} = \frac{\mu_{\varphi}}{\omega_{\varphi}}, \quad \Lambda_{\varphi} = \frac{\omega_p}{\omega_{\varphi}}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta GM}{GM_{sr}}.$$

Pri tome je parametar Ψ_{φ} , kao i u ranijim izvođenjima, bezdimenzioni koeficijent prigušenja, Λ_{φ} je koeficijent poremećaja (bezdimenziona frekvencija), dok parametar ε ovde igra ulogu bezdimenzione amplitude poremećajnog momenta, i prvenstveno zavisi od veličine talasa i forme broda. U slučaju zanemarljivo malog prigušenja (pri $\Psi_{\varphi} \approx 0$),

uslovi pod kojim rešenja jednačine (4.164) postaju nestabilna slede iz tzv. Ins-Stratovog (*Ince-Strutt*) dijagrama, slika 4.72. Linije ovog dijagrama, na kome je apscisa parametar A_φ a ordinata parametar ε , odgovaraju graničnim rešenjima, a osenčene oblasti zonama nestabilnih rešenja. Uočava se da postoji niz zona nestabilnosti, od kojih svaka dodiruje apscisu u tački

$$A_\varphi = \frac{2}{n}, \quad n = 1, 2, 3, 4 \dots$$



Slika 4.71. Stabilno, granično i nestabilno rešenje jednačine parametarskog valjanja.

U ovim tačkama, i u slučaju beskonačno malog parametra ε (beskonačno male promene metacentarske visine) rešenja jednačine su nestabilna – to su tzv. *parametarske rezonancije*. Najviša parametarska rezonancija

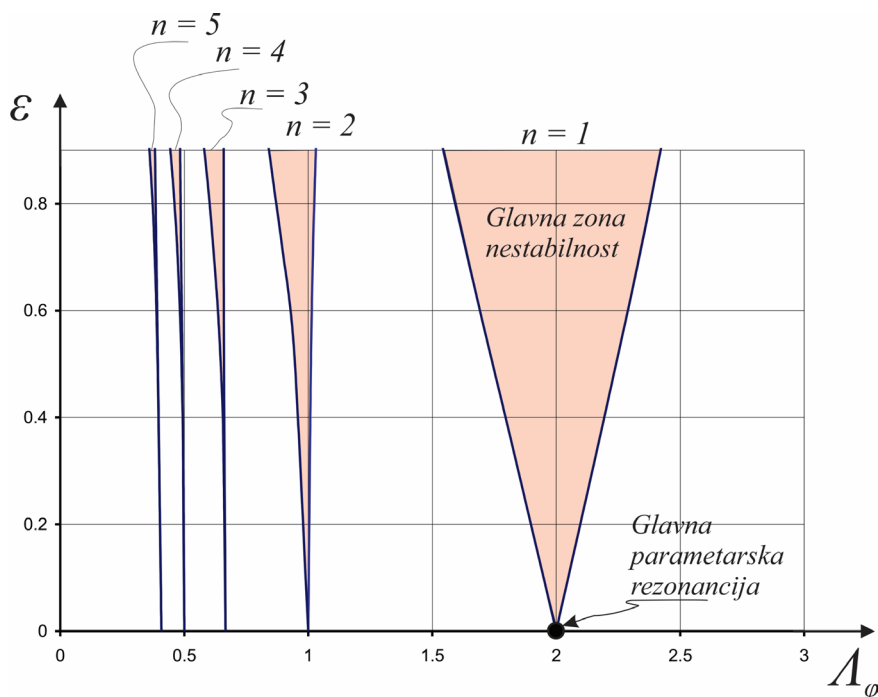
$$n = 1, \quad A_\varphi = 2, \quad \omega_p = 2\omega_\varphi, \quad T_\varphi = 2T_p$$

odgovara natkritičnoj oblasti valjanja. Sledeća

$$n = 2, \quad A_\varphi = 1, \quad \omega_p = \omega_\varphi, \quad T_\varphi = T_p$$

odgovara kritičnoj oblasti, dok su ostale, kojih teorijski ima beskonačno mnogo (na slici su prikazane samo $n = 3, 4, 5$), odgovaraju potkritičnoj oblasti valjanja. Od tačaka na

apscisi koje odgovaraju parametarskim rezonancijama, zone nestabilnosti se šire i obuhvataju klinaste pojaseve. Zona nestabilnosti kod prve parametarske rezonancije je najšira, a s porastom parametra n zone postaju sve uže i uže, i transformišu se u linije. Zbog toga (ali i drugih razloga koje ćemo kasnije razjasniti) prva parametarska rezonancija $n = 1$ je najopasnija – to je tzv. *glavna parametarska rezonancija*, kojoj odgovara *glavna zona nestabilnosti*.



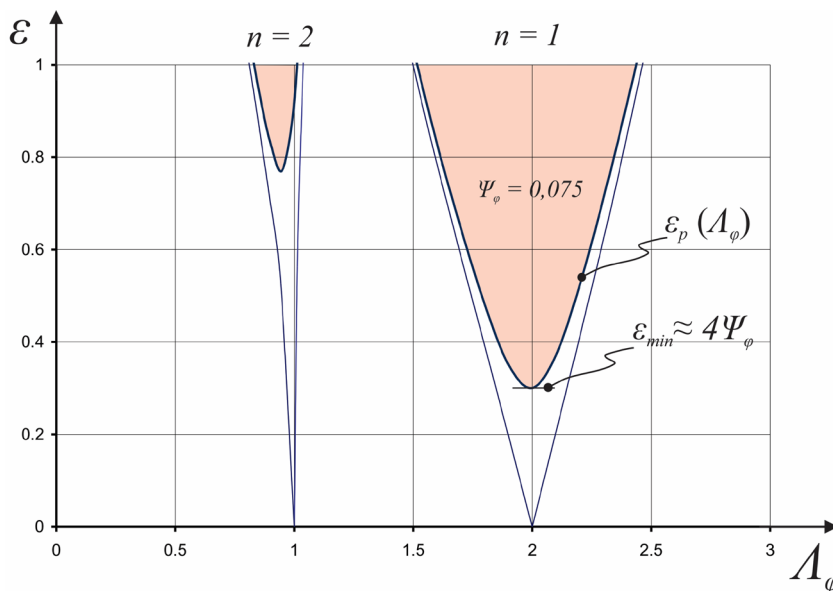
Slika 4.72. Ins-Stratov dijagram stabilnosti parametarskog valjanja.

Dijagram sa slike 4.72 odgovara idealnom slučaju kretanja bez prigušenja. Prigušenje, koje u realnim uslovima uvek postoji, pomera zone nestabilnosti naviše, kako je to (za prve dve zone nestabilnosti) prikazano na slici 4.73. Što je prigušenje veće, zone nestabilnosti su udaljenije od apscise, odnosno potreban je veći podsticaj ε (veća promena metaceničke visine) da bi valjanje postalo nestabilno. Posebno je važno uočiti da granična vrednost parametra ε pri kojoj se javlja nestabilnost (tzv. *prag parametarske rezonancije*, ε_p) raste s porastom parametra n . Najniži prag parametarske rezonancije uvek ima prva, glavna zona nestabilnosti. To je, uz širinu zone, drugi razlog zbog koga je ova zona najopasnija. Praktično, u realnim uslovima, parametarska rezonancija se i javlja samo u prvoj zoni nestabilnosti. Prag parametarske rezonancije

za glavnu zonu nestabilnosti može se (prema *Francescutto et al, 2004, Spyrou, 2005*) odrediti pomoću približne formule

$$\varepsilon_p(A_\varphi) \approx 2\sqrt{\left[1 - (0.5A_\varphi)^2\right]^2 + (\Psi_\varphi A_\varphi)^2}, \quad (4.165)$$

koju preporučuje i ITTC (*ITTC, 2017*). Minimalna vrednost praga javlja se u samoj glavnoj parametarskoj rezonanciji, za $A_\varphi = 2$, iznosi $\varepsilon_{min} = 4\Psi_\varphi$, i linearno raste s prigušenjem valjanja. Na slici 4.73 glavna zona nestabilnosti proračunata je prema formuli (4.165), za bezdimenzioni koeficijent prigušenja $\Psi_\varphi = 0,075$.



Slika 4.73. Dijagram stabilnosti parametarskog valjanja sa prigušenjem.

Sada smo u stanju da damo sveobuhvatniju sliku problema parametarske rezonancije. Da bi došlo do ove pojave, potrebno je da prividna frekvencija talasa bude bliska dvostrukoj vrednosti sopstvene frekvencije valjanja broda. Tada je brod u okolini glavne zone nestabilnosti. Uz to, talasna dužina treba da je bliska dužini broda, da bi promena metacentarske visine bila najveća. Do parametarske rezonancije će doći ukoliko parametar ε (relativna promena metacentarske visine) premaši prag, odnosno upadne u osenčenu oblast dijagrama 4.73.

Da ne bi došlo do brkanja parametarske i „obične“ (tzv. sinhrona) rezonancije valjanja, ponovimo: obična rezonancija valjanja je najopasnija na bočnim talasima koji imaju frekvenciju jednaku sopstvenoj frekvenciji valjanja broda. Brod se tada valja

periodom koji je jednak sopstvenom periodu valjanja broda. Parametarska rezonancija je najopasnija kada brod plovi ka (ili od) talasa, čija je prividna frekvencija (frekvencija u odnosu na brod) *dva puta veća* od sopstvene frekvencije valjanja broda. Brod se tada valja periodom koji je *dvostruko kraći* od sopstvenog perioda valjanja broda.

Uslovi parametarske rezonancije

$$A_\varphi \approx 2, \quad \lambda_T \approx L \quad (4.166)$$

mogu se pregledno prikazati *dijagramom parametarske rezonancije*. Da bismo ga konstruisali, poči ćemo od izraza za prividnu frekvenciju pri plovidbi broda ka talasima

$$\omega_p = \omega_T + v_o k_T,$$

koji možemo napisati u obliku

$$v_o = \frac{\omega_p - \omega_T}{k_T} = \frac{2\lambda_T}{T_p} - \sqrt{\frac{g\lambda_T}{2\pi}}.$$

Ako u ovaj izraz uvrstimo uslove parametarske rezonancije (4.166) i podelimo ga sa \sqrt{gL} , dobijamo, nakon sređivanja,

$$F_r = \frac{2}{\tilde{T}_\varphi} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \quad (4.167)$$

gde su kao i ranije (vidi dijagram 4.31 na strani 194), sa

$$F_r = \frac{v_o}{\sqrt{gL}}, \quad \tilde{T}_\varphi = T_\varphi \sqrt{\frac{g}{L}}$$

označeni Frudov broj i sopstveni bezdimenzioni period valjanja broda. Imajući u vidu vezu između sopstvene frekvencije valjanja na talasima i mirnoj vodi (4.163), za bezdimenzioni sopstveni period važi

$$\tilde{T}_\varphi = \tilde{T}_{\varphi_o} \sqrt{\frac{GM_o}{GM_{sr}}},$$

gde je \tilde{T}_{φ_o} sopstveni period valjanja broda na mirnoj vodi. Imajući u vidu da u izrazu (4.167) Frudov broj mora biti pozitivan, ovaj izraz važi samo do $\tilde{T}_\varphi \leq 2\sqrt{2\pi} \approx 5$.

Ako isti postupak ponovimo za brod koji plovi niz talase, dobićemo, analogno

$$F_r = -\left(\frac{2}{\tilde{T}_\varphi} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right),$$

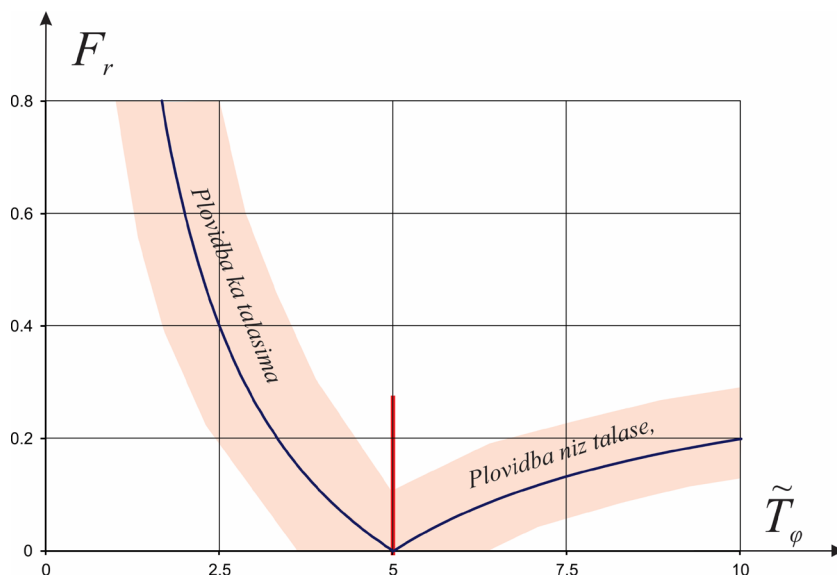
što važi samo za $\tilde{T}_\varphi \geq 2\sqrt{2\pi} \approx 5$. Uslovi parametarske rezonancije mogu se, prema tome, napisati u konciznijem obliku

$$F_r = \left| \frac{2}{\tilde{T}_\varphi} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right| = \left| \frac{2}{\tilde{T}_{\varphi_0}} \sqrt{\frac{GM_{sr}}{GM_o}} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right|. \quad (4.168)$$

Grafički prikaz zavisnosti Frudovog broja od bezdimenzionog perioda valjanja, slika 4.74, predstavlja traženi dijagram parametarske rezonancije. Svaki brod, pri zadatoj brzini plovidbe, predstavlja tačku u ovom dijagramu. Ukoliko je odnos sopstvenog perioda valjanja, brzine plovidbe i dužine broda takav da brod (tačka) pada blizu punih linija dijagrama (linija koje odgovaraju izrazu (4.168)), postojaće opasnost od parametarske rezonancije. Ukoliko je van osenčene oblasti oko punih linija, brod nije ugrožen parametarskim valjanjem. Pri vrednosti sopstvenog perioda valjanja

$$\tilde{T}_\varphi = 2\sqrt{2\pi} \approx 5$$

parametarska rezonancija se javlja i ukoliko brod ne napreduje. To predstavlja maksimalnu vrednost bezdimenzionog perioda valjanja pri kojoj se može javiti parametarska rezonancija ukoliko brod plovi ka talasima, odnosno minimalnu vrednost, ukoliko brod plovi niz talase.



Slika 4.74. Dijagram parametarske rezonancije.

Kao što je rečeno, ukoliko se brod nalazi u osenčenoj zoni dijagramu 4.72, postoji opasnost od parametarske rezonancije. A da li će do nje doći zavisi od parametara ε , Ψ_φ i Λ_φ . Parametarska rezonancija će se javiti ukoliko je parametar ε veći od granične vrednosti – praga parametarske rezonancije

$$\varepsilon = \frac{\Delta GM}{GM_{sr}} > \varepsilon_p . \quad (4.169)$$

Ova granična vrednost definisana je izrazom (4.165).

Konačno, možemo zaključiti i zašto su veliki kontejnerski brodovi prostranih paluba toliko ranjivi na pojavu parametarske rezonancije. Uslov koji postavlja dijagram 4.72 ukazuje na opasnost od parametarske rezonancije kod mnogih brodova. Međutim, kod većine brodova ne dolazi do parametarske rezonancije jer relativna promena metacentarske visine ne premašuje prag (4.165). Kod velikih kontejnerskih brodova s kraja dvadesetog veka se, zbog izrazito „lepezastih“ formi rebara na pramčanom i krmenom delu broda, javila izrazito velika razlika metacentarske visine ΔGM u dolji i na bregu talasa. S druge strane, urođeno, puni kontejnerski brodovi imaju, zbog visokih težišta, male metacentarske visine GM_{sr} . Odnos ovih veličina, parametar ε , kod kontejnerskih brodova je zato neuobičajeno velik. A dramatične posledice ove (na izgled) bezazlene osobine, već su opisane...

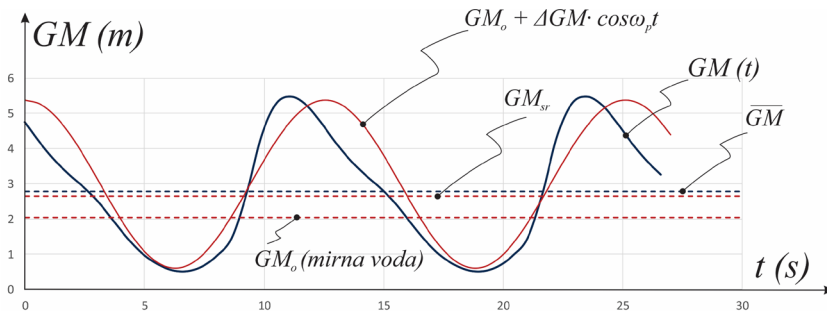
Ponovimo, sklonost ka parametarskoj rezonanciji zavisi, u najvećoj meri, od forme broda. Projektant, izborom forme, može projektovati brod kod koga ne postoji opasnost od parametarske rezonancije, ali i brod koji joj je veoma sklon. Presudan je poprečni nagib rebara, ali i metacentarska visina broda. Uz to, bitnu ulogu igra i prigušenje pri valjanju. Čak ni veliki kontejnerski brodovi širokih paluba neće upadati u parametarsku rezonanciju ukoliko im se, povećanjem prigušenja, dovoljno podigne minimalni prag parametarske rezonancije ε_{min} .

Izložena teorija parametarskog valjanja broda je približna, jer je pri njenom izvođenju zanemaren niz uticaja: uticaj poniranja i posrtanja broda, uticaj nelinearnosti valjanja... Uvedena je i pretpostavka da se, na regularnom talasu, početna metacentarska visina menja po harmonijskom zakonu (izrazi (4.159), (4.160)). Iako je harmonijska promena metacentarske visine uobičajena aproksimacija koja, u mnogome, olakšava teorijsku analizu problema, proverićemo kroz jedan numerički primer koliko je ona opravdana. Analiziraćemo promenu metacentarske visine velikog kontejnerskog broda dužine 320 m, širine 42,8 m, gaza 14,6 m, deplasmana oko 140000 t, (brod klase Chicago Express, vidi prilog 5, test brod 4) Ukoliko brod plovi malom brzinom pramcem ka regularnim talasima dužine 320 m, upašće u glavnu parametarsku rezonanciju valjanja. Proračunaćemo, u ovim uslovima, promenu metacentarske visine broda $GM(t)$ tokom plovidbe, i uporediti je sa aproksimativnim formulama (4.159), (4.160). Pri tome pretpostavljamo da talasi imaju amplitudu od 7.1 m.

Rezultati (slika 4.75) pokazuju relativno dobro slaganje. Ipak, treba uočiti i dobijene razlike. Prema pretpostavkama (4.159), (4.160), promena početne metacentarske visine je simetrična u odnosu na srednju vrednost GM_{sr} , definisanu izrazom (4.161). Realna promena početne metacentarske visine, zbog nesimetrije brodske forme, nije simetrična, i osciluje oko srednje vrednosti definisane kao

$$\overline{GM} = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} GM(t) dt .$$

Dve različito definisane srednje vrednosti nisu, u principu, jednake, što se vidi i sa prikazanog dijagrama. Naravno, obe srednje vrednosti mogu se bitno razlikovati od početne metacentarske visine broda na mirnoj vodi.



Slika 4.75. Promena početne metacentarske visine broda pri plovidbi ka talasima. Data je i približna vrednost prema formuli (4.159), (4.160). Obratiti pažnju na različite srednje vrednosti oko kojih osciluju rezultati.

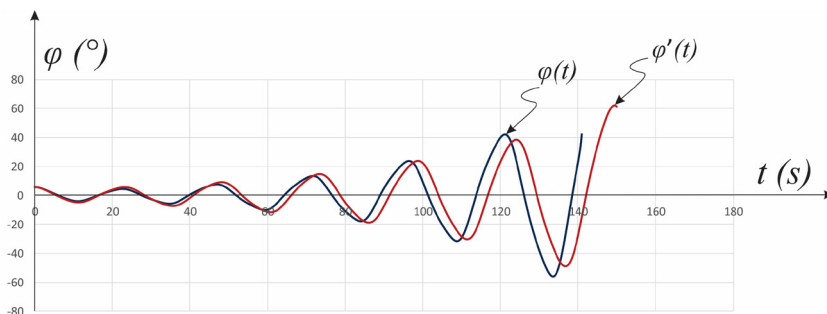
Rešićemo još, za razmatrani test brod u pretpostavljanim uslovima, diferencijalnu jednačinu parametarskog valjanja u vremenskom domenu

$$(J_x + m_\varphi) \ddot{\varphi} + n_\varphi \dot{\varphi} + g \Delta \cdot GM(t) \cdot \varphi = 0 ,$$

i uporedi s rešenjem koje se dobija pod pretpostavkom (4.159), (4.160). Vidi se (slika 4.76) da rešenja imaju isti karakter, odnosno da valjanje oscilatorno i neograničeno raste. A male razlike u fazi rešenja, posledica su različito definisanih srednjih vrednosti metacentarske visine, koje su korišćene u proračunu.

Teorija parametarskog valjanja koju smo izložili predviđa da će amplituda valjanja broda koji upadne u parametarsku rezonanciju vremenom rasti, sve dok ne postane beskonačno velika. Da li to znači da će se svaki brod u parametarskoj rezonanciji, posle izvesnog vremena, prevrnuti? Parametarska rezonancija ipak nije toliko opasna. Teorija koju smo izložili je linearna, i zato primenljiva samo za relativno male amplitude

valjanja. Znatno pre prevrtanja, brod ulazi u oblast velikih amplituda za koje linearna teorija više ne važi. Složena nelinearna teorija pokazuje da se u tim uslovima nestabilnost kretanja gubi, a amplitude valjanja ne teže beskonačnosti, već određenoj konstantnoj vrednosti. Ove konstantne amplitude nelinearnog parametarskog valjanja su veoma velike (tipično preko 30°) pa, i pored toga što najčešće ne dovode do prevrtanja broda, predstavljaju opasnost i za brod, i za teret na njemu. To uostalom jasno pokazuju rasuti kontejneri sa slike 4.69.



Slika 4.76. Valjanje test broda $\varphi(t)$ u glavnoj zoni parametarske rezonancije, upoređeno s rezultatom $\varphi'(t)$ koji daje aproksimacija harmonijske promene metacentarske visine, prema (4.159), (4.160).

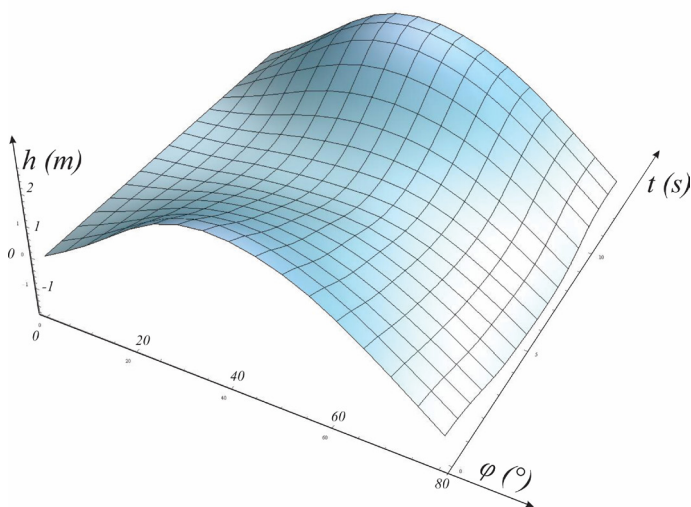
Diferencijalna jednačina *nelinearnog* parametarskog valjanja glasi

$$(J_x + m_\varphi) \ddot{\varphi} + n_\varphi \dot{\varphi} + g \Delta \cdot h(\varphi, t) = 0, \quad (4.170)$$

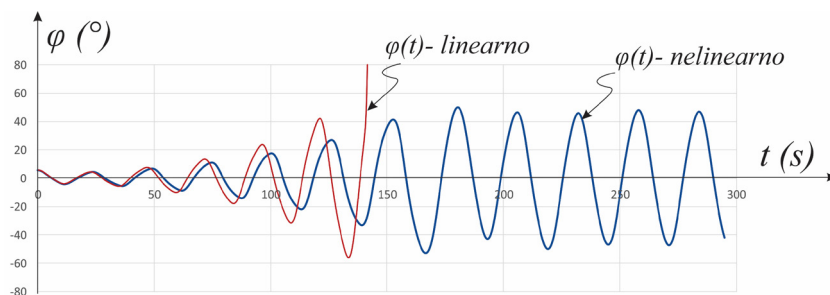
i (makar na prvi pogled) ne deluje „opasnije“ od linearnog problema koji smo do sada razmatrali. U jednačini se, međutim, javlja krak stabilneta broda $h(\varphi, t)$ koji, osim od ugla nagiba broda, zavisi i od vremena. Krak (i moment) stabilneta menjaju se kontinualno tokom plovidbe broda kroz talase. Za konkretan kontejnerski brod koji razmatramo, proračunati krak stabilneta tokom prolaska talasa prikazan je na slici 4.77. Treba naglasiti da je za dobijanje ovakve „sedlaste“ površi neophodno rešiti stabilitet broda u nizu uzastopnih trenutaka tokom plovidbe broda po regularnim talasima. Dobijenu površ treba zatim aproksimirati pogodnim polinomom po parametrima φ i t , i tako dobijeni polinom primeniti u jednačini (4.170) prilikom njene numeričke integracije. Ovo je obiman posao koji (koliko je autoru poznato) još uvek nije obuhvaćen nekim od komercijalnih programa iz pomorstvenosti broda.

Numeričko rešenje nelinearne diferencijalne jednačine parametarskog valjanja (4.170) prikazano je na slici 4.78. Na istoj slici, radi poređenja, dato je i odgovarajuće rešenje linearne teorije. Primer se ponovo odnosi na veliki kontejnerski brod dužine 320 m, koji plovi pramcem ka talasima brzinom od oko 7 kn, i tako upada u glavnu zonu

parametarske rezonancije. Linearno rešenje je proračunato na bazi stvarne promene početne metacentarske visine ovog broda (slika 4.75). Jasno se uočava već spomenuta suštinska razlika linearnog i nelinearnog rešenja. Dok se, prema linearnoj teoriji, oscilatorno valjanje neograničeno pojačava (što bi neminovno dovelo do prevrtanja broda), tačnija nelinearna analiza pokazuje da amplituda valjanja u početku raste, ali da vremenom teži približno konstantnoj vrednosti. Rečeno je već da su ove nelinearne amplitude valjanja u slučaju parametarske rezonancije veoma velike. U konkretnom primeru, amplitude valjanja dostižu čak 50° , što je posledica izuzetno velikih talasa (amplitude od $7,1\text{ m}$), i relativno malog prigušenja koje je pretpostavljeno, a koje bi odgovaralo brodu bez ljuljnih kobilica.



Slika 4.77. Krak stabiliteta $h(\varphi, t)$ tokom plovidbe broda ka talasima. Primer se odnosi na veliki kontejnerski brod analiziran na slikama 4.75 i 4.76.



Slika 4.78. Nelinearno valjanje test broda u slučaju glavne parametarske rezonancije upoređeno s rezultatom koji daje linearna teorija.

Nelinearno valjanje broda je, samo po sebi, veoma složen fenomen (vidi odeljak 4.6.2). Problem postaje još komplikovaniji kada se poveže s parametarskim valjanjem. Ipak, uočena (bitna) razlika između linearnog i nelinearnog rešenja u slučaju parametarske rezonancije može se (s malo truda) fizički razumeti. U slučaju linearne teorije, moment stabiliteta linearno raste s nagibom broda, a krutost sistema i sopstvena frekvencija valjanja ostaju konstantni, nezavisno od amplitude valjanja. Brod, koji je upao u glavnu zonu nestabilnosti parametarskog valjanja i čija amplituda valjanja zbog toga raste, ostaje nestabilan za sve vreme kretanja. Amplitude valjanja zato vremenom neograničeno rastu. U slučaju realnijeg nelinearnog valjanja, moment stabiliteta se menja s nagibom broda, pa krutost i sopstvena frekvencija broda nisu konstantni. Pri velikim nagibima sopstvena frekvencija valjanja toliko opadne, da brod napušta zonu nestabilnosti parametarskog valjanja. Valjanje broda velikim amplitudama tada prestaje da bude nestabilno, i amplitude valjanja se dalje ne povećavaju.