

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Саша Митић
Драган Стаменковић

Бранислав Ракићевић
Бранко Миличић

ВУЧНО-ДИНАМИЧКИ ПРОРАЧУН
ТРАНСПОРТНИХ ВОЗИЛА
ПРИРУЧНИК



Вучно-динамички прорачун транспортних возила – Приручник

Аутори:

Саша Митић
Бранислав Ракићевић
Драган Стаменковић
Бранко Миличић

Рецензенти:

Проф. др Владимир Поповић, Универзитет у Београду, Машински факултет
Проф. др Божидар Крстић, Универзитет у Крагујевцу, Факултет инжењерских наука

Издавач:

Универзитет у Београду
Машински факултет
Краљице Марије 16
11120 Београд 35
Телефон: +381 11 3370 760
Факс: +381 11 3370 364
www.mas.bg.ac.rs

За издавача:

Проф. др Владимир Поповић, декан

Уредник:

Проф. др Милан Лечић, председник Комисије за издавачку делатност Машинског факултета Универзитета у Београду

Одобрено за штампу од стране Комисије за издавачку делатност Машинског факултета Универзитета у Београду и одлуком декана бр. 05/2022 од 4. маја 2022. године.

Тираж:

200 примерака

ISBN:

978-86-6060-117-1

Штампа:

Планета принт, Београд (planeta-print.rs)

Цртежи на корицама:

Александра Госман (behance.net/Aleksandr_ica)

Београд, 2022. године

Забрањено прештампавање и фотокопирање.
Сва права задржавају издавач и аутори.



ПРЕДГОВОР

Књига ВУЧНО-ДИНАМИЧКИ ПРОРАЧУН ТРАНСПОРТНИХ ВОЗИЛА – ПРИРУЧНИК представља помоћни уџбеник за предмет Динамика возила у оквиру Основних академских студија на Машинском факултету Универзитета у Београду. Жеља аутора је да садржај уџбеника студенти искористе за стицање знања на изради пројекта вучно-динамичког прорачуна транспортних возила, у циљу дефинисања максималних перформанси возила за задате услове кретања.

Аутори се искрено захваљују рецензентима, проф. др Владимиру Поповићу и проф. др Божидару Крстићу, на свим конструктивним примедбама и сугестијама, што је у великој мери допринело квалитету уџбеника.

Београд, април 2022.

Аутори

1. УВОД

Непрестани убрзани развој аутомобилске индустрије неминовно води ка све већем броју информација и података којима будући инжењери треба да владају током процеса пројектовања, производње и експлоатације возила. У оквиру тога, изучавање начина остваривања кретања возила и постизања одређених перформанси представља један од кључних чинилаца за постизање коначних резултата у складу са захтевима крајњих корисника.

Сходно томе, дефинисање процедура утврђивања вучно-динамичких карактеристика возила представља основ анализе максималних перформанси које транспортно возило постиже у задатим условима. Уџбеник управо има за циљ да студентима представи минималне процедуре за добијање реалних динамичких карактеристика транспортних возила.

Сам уџбеник је осмишљен на начин да студенте на транспарентан и следљив начин проведе кроз све фазе анализе, почевши од примарно усвојених величина, преко вредности спољних отпора и снага неопходних за њихово савладавање, па све до постизања максималних перформанси возила, али и параметара битних за попречну стабилност возила.

Такође, без обзира на податке изабране на почетку и основне смернице, од студената се очекује да се самостално и самоиницијативно упусте у решавање проблема насталих током спровођења процедуре прорачуна, али и више од тога – да сами, избором различитих параметара, сагледају њихов утицај на коначне перформансе возила, као и да на критички начин анализирају различита алтернативна решења до којих су дошли и дају одговарајуће коментаре и лично мишљење.

Као додатна помоћ приликом израде пројектног задатка, студентима је у оквиру прилога А представљен и један комплетан прорачун. Кроз остале прилоге дати су табеларни прегледи неких од параметара које је неопходно усвојити у почетним фазама прорачуна, како би се студентима што више олакшао рад на пројекту. Међутим, пожељно је и да се студенти сами укључе у процес истраживања извора података, како би прорачун био што квалитетнији и прецизнији.

Поред приказаног поступка дефинисања вучно-динамичких карактеристика транспортних возила, студенти се подстичу да истовремено користе и постојеће прорачунске пакете, али и остале апликативне софтвере у којима је могуће креирати прорачунске кораке и приказ добијених резултата.



Препорука је да се прорачун врши у неком од програма као што су *Microsoft Excel*, *LibreOffice Calc*, *OpenOffice Calc* или *Google Sheets*. Ако је ово случај, не постоји оправдање да се све вредности не рачунају директно у програму (уписивање у ћелије на другом месту израчунатих вредности обесмишљава употребу софтвера), нити да се једне исте вредности уносе по више пута (уместо да се позивају из ћелија где су први пут наведене). За све савете око коришћења ових програма за потребе прорачуна студенти могу консултовати предметне асистенте.

2. ПРЕТХОДНО ИЗАБРАНЕ ИЛИ УСВОЈЕНЕ ВЕЛИЧИНЕ

2.1. Коefицијент отпора котрљању

Изрчунава се према следећем изразу [1,2]:

$$f = f_o + \frac{6,5}{10^6} \cdot v^2 \quad [-]. \quad (1)$$

Вредност константе f_o зависи од врсте подлоге и усваја се из табеле 1 [2-4].

Табела 1. Вредност константе f_o у зависности од врсте подлоге

Врста подлоге		f_o [-]
бетон	добар	0,008 ÷ 0,01
	лош	0,02
асфалт	добар	0,01 ÷ 0,012
	лош	0,022
макадам	добар	0,013 ÷ 0,023
	лош	0,018 ÷ 0,037
утабан пут у снегу		0,03 ÷ 0,04
песак		0,15 ÷ 0,3
земљани пут		0,025 ÷ 0,2

За мотоцикл се примењују следеће једначине [4,5]:

$$f = 0,0085 + \frac{0,018}{p} + \frac{20,61}{p \cdot 10^6} \cdot v^2, \text{ за брзине до } 165 \text{ km/h}, \quad (2)$$

$$f = \frac{0,018}{p} + \frac{37,71}{p \cdot 10^6} \cdot v^2, \text{ за брзине преко } 165 \text{ km/h}, \quad (3)$$

где је p [bar] притисак у пнеуматичима.

2.2. Коefицијент приањања φ

Коefицијент приањања представља однос тангентне силе X и нормалне реакције Z :

$$\varphi = \frac{X}{Z}.$$

Вредност коefицијента приањања зависи од стања и врсте подлоге и одређује се експериментално. У сврху израде вучног прорачуна могу се користити подаци дати у табели 2 [2-4,6,7].

Табела 2. Вредност коефицијента приањања у зависности од стања и врсте подлоге

Врста и стање тла		φ [-]
асфалт	сув	0,7 ÷ 0,8
	наквашен	0,4 ÷ 0,6
бетон	сув	0,8 ÷ 0,9
	наквашен	0,75 ÷ 0,9
дрвена коцка		0,8 ÷ 0,9
сув утабан пут	глинасто тло	0,8
	пешчано тло	0,7
ливада	покошена, влажна	0,7
	некошена, влажна	0,5
песак	влажан	0,4 ÷ 0,6
	сув	0,3 ÷ 0,4
земљани пут, лош (блато)		0,1
утабан пут у снегу		0,15 ÷ 0,4
шљунак		0,45 ÷ 0,55
лед		0,04 ÷ 0,07

2.3. Степен корисности трансмисије η_p

Вредност степена корисности трансмисије се узима из интервала [8,9]

$$\eta_p = 0,87 \div 0,93,$$

при чему више вредности одговарају систему за пренос снаге са мањим губицима (обично једноставније конструкције), па вредности ближе горњој граници интервала треба узимати за возила са погоном на предњим точковима и погонским агрегатом смештеним напред и возила са погоном на задњим точковима и погонским агрегатом смештеним у задњем делу возила. Вредности ближе доњој граници потребно је усвајати за возила са погоном на свим точковима, а за возила са погоном на задњим точковима и погонским агрегатом постављеним напред вредности из средине овог интервала. У литератури се тешко могу пронаћи подаци о вредностима степена корисности трансмисије за мотоцикле. Стога се за потребе прорачуна за ову врсту возила могу узимати вредности из горе датог опсега, при чему вредности ближе доњој граници треба узимати за погон путем вратила, вредности ближе горњој за погон путем ланца и вредности из средине опсега за погон путем каиша. По жељи, студент може проценити степен корисности трансмисије узимајући у обзир појединачне степене корисности елемената за пренос снаге (0,97 за цилиндричне зупчасте парове, 0,95 за конусно-тањирасте парове и 0,99 за зглобне преноснике [2]). У овом случају је потребно водити рачуна о концепцији мењачког преносника и целокупног система за пренос снаге (у неким концепцијама степени корисности нису једнаки у свим преносним односима).

2.4. Редуковани коефицијент отпора ваздуха K

Редуковани коефицијент отпора ваздуха израчунава се према изразу:

$$K = C_x \cdot \frac{\rho}{2}, \quad (4)$$

где је

C_x [-] – коефицијент отпора ваздуха и
 ρ [kg/m³] – густина ваздуха (табела 3).

Вредности коефицијента отпора ваздуха одређују се експериментално и за неке типове возила дате су у табели Б1 у оквиру прилога Б. Оријентационе вредности редукованог коефицијента отпора ваздуха дате су у табели 4. Вредности за мотоцикле су дате као производ редукованог коефицијента отпора ваздуха и чеоне површине, при чему су дати и апсолутни и релативни доприноси појединих додатака на мотоциклу. Важно је напоменути да приказане вредности, као и вредности чеоних површина дате у каснијем делу текста многоме зависе од стаса и положаја возача мотоцикла.

Табела 3. Густина ваздуха на атмосферском притиску у зависности од температуре

t [°C]	-20	-15	-10	-5	0	5
ρ [kg/m ³]	1,3943	1,3673	1,3413	1,3163	1,2922	1,269
t [°C]	10	15	20	25	30	35
ρ [kg/m ³]	1,2466	1,225	1,2041	1,1839	1,1644	1,1455

Табела 4. Оријентационе вредности редукованог коефицијента отпора ваздуха [3,10,11]

Врста возила		K [kg/m ³]	
путничка	затворена, уобичајене градње	0,18 ÷ 0,25	
	посебно аеродинамички обликована	0,13 ÷ 0,18	
	отворена	0,25 ÷ 0,3	
теретна		0,4 ÷ 0,6	
аутобуси		0,3 ÷ 0,4	
МОТОЦИКЛИ		K_A [kg/m]	
	туринг / спортски са мало предње оплате	0,24 ÷ 0,3	
	тркачки нижих класа	0,12 ÷ 0,14	
	тркачки виших класа	0,18 ÷ 0,21	
	без оплате и са возачем у усправном положају	0,4 ÷ 0,5	
	за обарање брзинских рекорда	0,11	
	апсолутна разлика	оплата на предњем крају	-0,012 ÷ -0,05
		бочна оплата	-0,1
		бочни ретровизори	+0,007 ÷ +0,015
		оплата на задњем крају	-0,01
бочни кофери		-0,012	
доњи спојлер		-0,006 ÷ -0,012	
релативна разлика	нагињање возача	-5 ÷ -20%	

2.5. Чеона површина возила

Уколико нису доступни тачни подаци о чеоној површини возила, њена се вредност може израчунати коришћењем емпиријских израза [3,12]:

за путничка возила:

$$A = (0,9 \div 0,95) \cdot b_p \cdot h \text{ или } A = (0,79 \div 0,84) \cdot B \cdot h;$$

за теретна возила:

$$A = (1,05 \div 1,1) \cdot b_p \cdot h \text{ или } A = 0,9 \cdot B \cdot h,$$

где је:

b_p [m] – размак (траг) предњих точкова,

h [m] – укупна висина возила и

B [m] – укупна ширина возила.

Вредности чеоних површина за неке типове возила дате су у табели Б1 у оквиру прилога Б, док се оријентационе вредности за аутобусе, путничка и теретна возила [3] и мотоцикле [10] могу пронаћи у табели 5.

Табела 5. Оријентационе вредности чеоних површина различитих врста возила

Врста возила		A [m ²]
путничка		1,7 ÷ 2,5
теретна		2,5 ÷ 9
аутобуси		4,5 ÷ 9
мотоцикли	туринг	0,6 ÷ 0,9
	спортски	0,4 ÷ 0,6
	тркачки нижих класа	0,4 ÷ 0,5
	тркачки виших класа	0,3 ÷ 0,35

2.6. Маса возила и распоред тежина по осовинама

Укупна маса возила m за коју се врши прорачун представља збир масе возила спремног за вожњу m_s (маса неоптерећеног возила укључујући расхладно средство, уље, 90% погонског горива, 100% осталих течности, припадајући алат, резервни точак, стални терет и возача), корисне масе возила m_k и масе свих n путника (искључујући возача):

$$m = m_s + m_k + n \cdot 75.$$

УН Правилник број 68 [13] дефинише да се максимална брзина возила одређује са масом празног возила ($m_s - 75$ kg) увећаном за 180 kg, односно за половину разлике укупне масе возила и масе празног возила, уколико је већа од 180 kg. За потребе овог прорачуна ће се,

међутим, узимати да је максимална брзина она коју је могуће остварити када је возило оптерећено највећом дозвољеном масом. Укупна тежина возила одређена је изразом:

$$G = m \cdot g .$$

За прорачун мотоцикла се, према стандарду ISO 7117 [14], узима маса мотоцикла спремног за вожњу (маса мотоцикла са најмање 90% горива и помоћном опремом) са додатком возача масе 75 kg.

Уколико распоред тежина по осовинама није задат, на основу табеле 6 [3,10] усваја се однос m_{zst}/m , односно G_{zst}/G .

Табела 6. Оријентационе вредности положаја тежишта за различите врсте возила

Врста возила		$l_p/l = G_{zst}/G$	h_c [m]
путничка	празна	0,45 ÷ 0,55	0,45 ÷ 0,6
	оптерећена	0,5 ÷ 0,57	0,5 ÷ 0,65
теретна	празна	0,5 ÷ 0,55	0,65 ÷ 0,9
	оптерећена	0,7 ÷ 0,75	0,85 ÷ 1,1
аутобуси		0,45 ÷ 0,55	0,8 ÷ 1
војна возила, специјална		-	0,8 ÷ 1
тркачка возила		-	0,35 ÷ 0,45
мотоцикли	тркачки	0,43 ÷ 0,5	0,5 ÷ 0,7
	туринг и спортски	0,5 ÷ 0,57	

2.6.1. Висина тежишта h_c

Висина тежишта се за изведена возила одређује експериментално, а за сврхе овог задатка ће се усвајати на основу табеле 6 [3,10].

Висина тежишта мотоцикла умногоме зависи од стаца и положаја возача. За мотоцикле без возача се креће у опсегу од 0,4 до 0,55 m (однос висине тежишта и међуосовинског растојања се налази у опсегу од 0,3 до 0,4, при чему најмање вредности одговарају крузер мотоциклима и скутерима, а највеће дуал спорт и ендуро мотоциклима [10]).

2.6.2. Растојање осовина од тежишта l_p и l_z и нормалне реакције тла за оптерећено возило

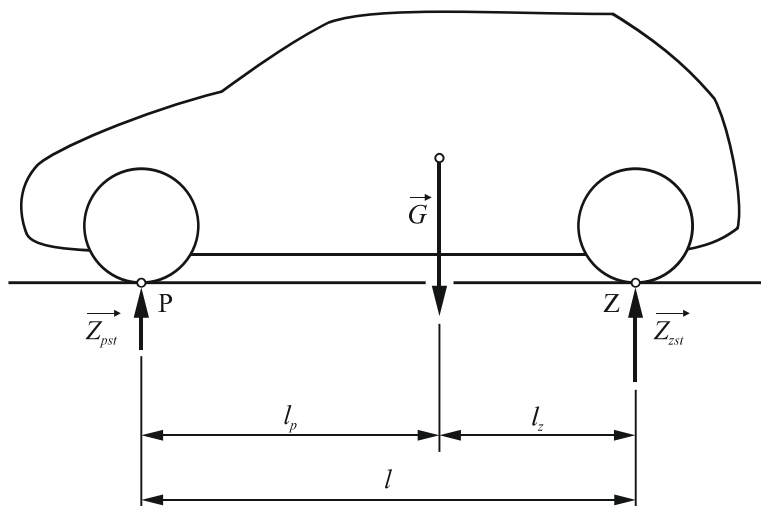
Растојање осовина возила од тежишта одређује се на основу већ усвојеног односа G_{zst}/G и користећи следеће релације (на основу слике 1):

$$l = l_p + l_z , \tag{5}$$

$$G = G_{pst} + G_{zst} = Z_{pst} + Z_{zst} , \tag{6}$$

$$\frac{l_p}{l} = \frac{G_{zst}}{G}, \quad \frac{l_z}{l} = \frac{G_{pst}}{G}, \quad (7)$$

$$Z_{pst} = G \cdot \frac{l_z}{l}, \quad Z_{zst} = G \cdot \frac{l_p}{l}. \quad (8)$$



Слика 1. Распоред тежина по осовинама

3. СПОЉНИ ОТПОРИ И СНАГА ПОТРЕБНА ЗА САВЛАДАВАЊЕ ОТПОРА

За потребе прорачуна усваја се претпоставка кретања возила константном брзином, те се отпори убрзања занемарују.

3.1. Отпор котрљању

Отпор котрљању на хоризонталној подлози одређује се према следећем изразу:

$$R_f = G \cdot f = m \cdot g \cdot f, \quad (9)$$

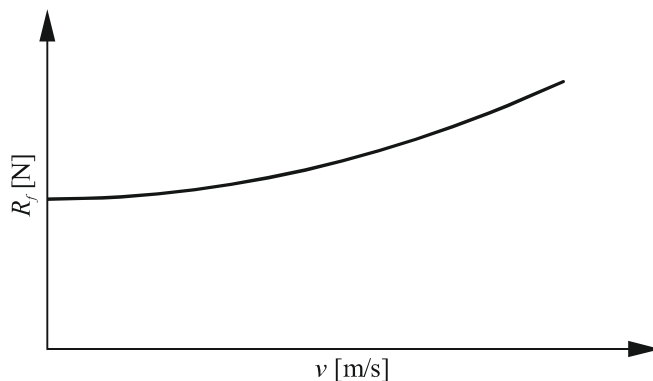
где је f коефицијент отпора котрљању израчунат према (1). Снага потребна за савладавање отпора котрљању једнака је производу отпора котрљању и брзине возила:

$$P_f = R_f \cdot v = m \cdot g \cdot f \cdot v. \quad (10)$$

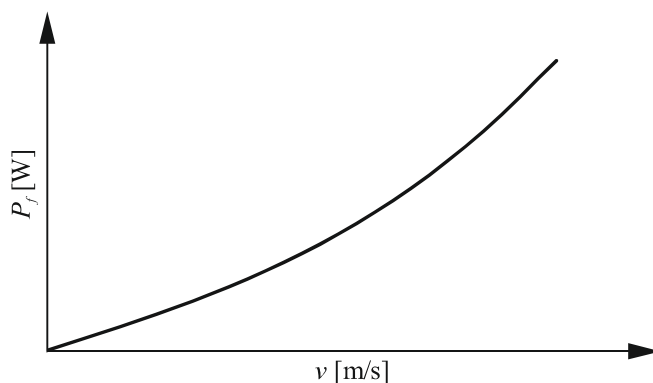
Вредности отпора котрљању и снаге потребне за његово савладавање се израчунавају за цео распон брзина возила (проширен за 10%) и приказују као у табели 7 и графички као на сликама 2 и 3.

Табела 7. Отпор котрљању и снага потребна за савладавање отпора котрљању

v [m/s]	0							v_{\max}	$1,1v_{\max}$
f [-]									
R_f [N]									
P_f [W]	0								



Слика 2. Отпор котрљању



Слика 3. Снага потребна за савладавање отпора котрљању

3.2. Отпор ваздуха

Отпор ваздуха одређује се према следећем изразу:

$$R_v = K \cdot A \cdot v^2. \quad (11)$$

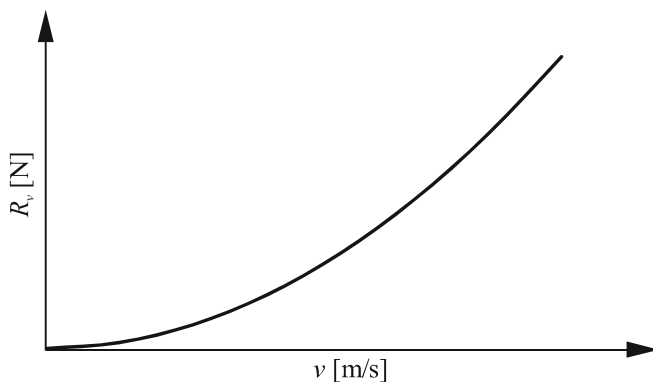
Снага потребна за савладавање отпора ваздуха једнака је производу отпора ваздуха и брзине возила:

$$P_v = R_v \cdot v = K \cdot A \cdot v^3. \quad (12)$$

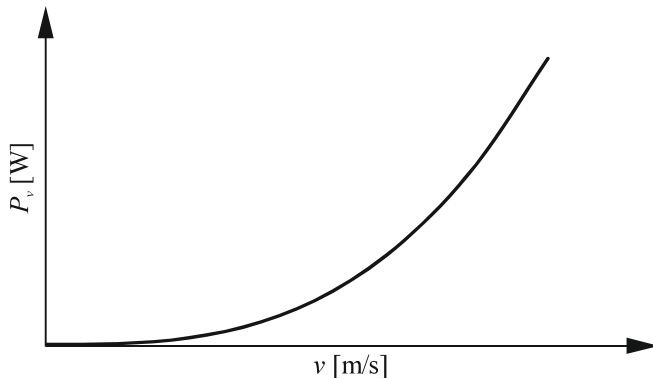
Вредности отпора ваздуха и снаге потребне за његово савладавање се израчунавају за цео распон брзина возила (проширен за 10%) и приказују као у табели 8 и графички као на сликама 4 и 5.

Табела 8. Отпор ваздуха и снага потребна за савладавање отпора ваздуха

v [m/s]	0							v_{\max}	$1,1v_{\max}$
R_v [N]									
P_v [W]									



Слика 4. Отпор ваздуха



Слика 5. Снага потребна за савладавање отпора ваздуха

3.3. Отпор успона и укупан отпор пута

Отпор успона одређује се према следећем изразу:

$$R_u = G \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha, \quad (13)$$

где је α угао успона. Снага потребна за савладавање отпора успона једнака је производу отпора успона и брзине возила:

$$P_u = R_u \cdot v = G \cdot \sin\alpha \cdot v = m \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot v . \quad (14)$$

Овде треба напоменути да се успон пута у процентима изражава као

$$u = \operatorname{tg}\alpha \cdot 100\% .$$

Укупан отпор пута представља збир отпора котрљању и отпора успона:

$$R_\psi = R_f + R_u = G \cdot (f \cdot \cos\alpha + \sin\alpha) = G \cdot \psi , \quad (15)$$

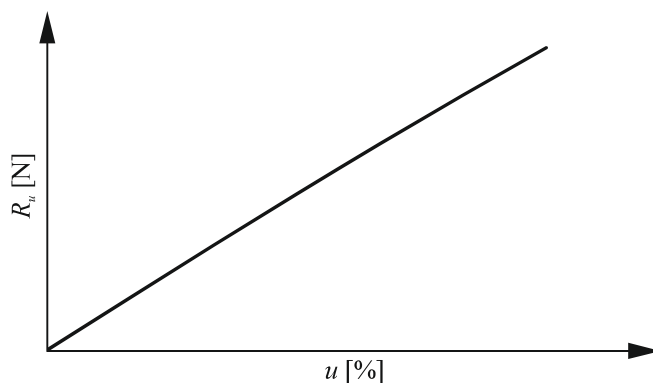
где ψ представља коефицијент укупног отпора пута:

$$\psi = f \cdot \cos\alpha + \sin\alpha . \quad (16)$$

Вредности отпора успона и укупног отпора пута се израчунавају за цео распон успона које возило може савладати (u_1 представља задати успон у последњем степену преноса, u_6 представља задати успон у првом степену преноса, док се остале вредности успона бирају у интервалу од u_1 до u_6) и приказују као у табели 9, док се отпор успона приказује и графички као на слици 6. Приликом израчунавања укупног отпора пута, вредност коефицијента отпора котрљању f треба узимати у зависности од успона – већим успонима одговарају мање брзине, а тиме и мање вредности коефицијента отпора котрљању.

Табела 9. Отпор успона и укупан отпор пута

u [%]	0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
α [°]	0						
$\sin\alpha$ [-]	0						
$\cos\alpha$ [-]	1						
f [-]							
ψ [-]							
R_u [N]	0						
R_ψ [N]							



Слика 6. Отпор успона

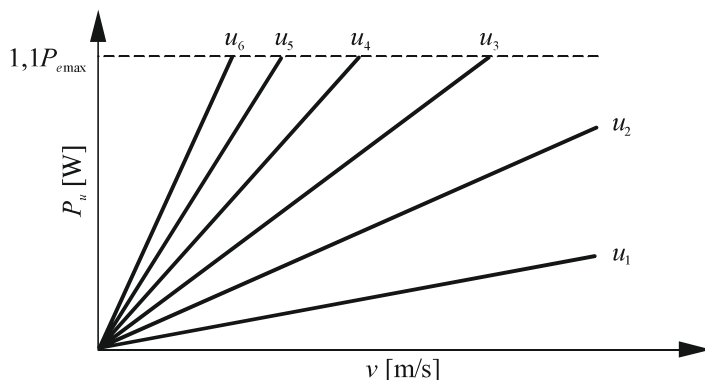
Вредности снаге потребне за савладавање отпора успона се израчунавају за цео распон брзина (проширен за 10%) и успона које возило може да савлада и приказују као у табели 10 и графички као на слици 7. Вредности које за више од 10% превазилазе максималну снагу на замајцу погонског агрегата треба означити у табели (црвеном бојом или подебљаном линијом између поља табеле), док их на дијаграму не треба приказивати.



Приликом израчунавања тригонометријских функција, битно је знати да се у програмима као што су *Microsoft Excel*, *LibreOffice Calc*, *OpenOffice Calc* или *Google Sheets* углови подразумевано изражавају у радијанима – прелазак са степени на радијане (и обратно) се изводи добро познатим односом.

Табела 10. Снага потребна за савладавање отпора успона

v [m/s]	0							v_{\max}	$1,1v_{\max}$
P_{u1} [W]	0								
P_{u2} [W]	0								
P_{u3} [W]	0								
P_{u4} [W]	0								
P_{u5} [W]	0								
P_{u6} [W]	0								



Слика 7. Снага потребна за савладавање отпора успона

4. ИЗБОР ПОГОНСКОГ АГРЕГАТА

4.1. Дијаграм зависности потребне снаге на замајцу погонског агрегата од брзине кретања

За случај кретања возила по хоризонталном путу, потребна снага на точковима P_R састоји се од снаге потребне за савладавање отпора котрљању и снаге потребне за савладавање отпора ваздуха:

$$P_R = P_f + P_v = m \cdot g \cdot f \cdot v + K \cdot A \cdot v^3 . \quad (17)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов В.В., Иларионов В.А., Морин, М.М., Основы теории автомобиля и трактора, Высшая Школа, Москва, 1977.
2. Genta G., Motor Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation, World Scientific, Singapore, 1997.
3. Јанковић Д., Тодоровић Ј., Ивановић Г., Ракићевић Б., Теорија кретања моторних возила, Машински факултет, Београд, 2001.
4. Jazar R.N., Vehicle Dynamics: Theory and Applications, Springer, New York, 2008.
5. Bradley J., The Racing Motorcycle: A Technical Guide for Constructors, Volume 1, Broadland Leisure Publications, York, 1996.
6. Jazar R.N., Advanced Vehicle Dynamics, Springer, Cham, 2019.
7. Kiencke U., Nielsen L., Automotive Control Systems: For Engine, Driveline, and Vehicle (2nd ed.), Springer, Berlin, 2005.
8. Скотников В.А., Машенский А.А., Солонский А.С., Основы теории и расчета трактора и автомобиля, Агропромиздат, Москва, 1986.
9. Gillespie T.D., Fundamentals of Vehicle Dynamics, SAE, Warrendale, 1992.
10. Cossalter V., Motorcycle Dynamics (2nd ed.), Lulu.com, 2006.
11. Katz J., Automotive Aerodynamics, John Wiley & Sons, Chichester, 2016.
12. Wong J.Y., Theory of Ground Vehicles, John Wiley & Sons, New York, 2001.
13. Уједињене нације, УН Правилник број 68 – Једнообразни прописи који се односе на хомологацију моторних возила у односу на мерење максималне брзине, Женева
14. ISO, ISO 7117:2010 – Motorcycles – Measurement Method for Determining Maximum Speed, Женева
15. Фалькевич Б.С., Теория автомобиля, Машгиз, Москва, 1963.
16. Уједињене нације, УН Правилник број 111 – Једнообразни прописи који се односе на хомологацију возила-цистерни врста N и O у односу на њихову стабилност, Женева
17. Hucho W.-H. (ed), Aerodynamics of Road Vehicles: From Fluid Mechanics to Vehicle Engineering, Butterworth-Heinemann, London, 1987.

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

629.015(075.8)(076)

ВУЧНО-динамички прорачун транспортних возила : приручник / Саша Митић ... [и др.]. - Београд : Универзитет, Машински факултет, 2022 (Београд : Планета принт). - 87 стр. : граф. прикази, табеле ; 24 cm

Кор. насл. - Тираж 200. - Библиографија: стр. 87.

ISBN 978-86-6060-117-1

1. Митић, Саша Р., 1966- [аутор]

а) Транспортна средства -- Динамика -- Вежбе

COBISS.SR-ID 68778761

