



Zoran Golubović
Milivoje Simonović
Zoran Mitrović

MEHANIKA

STATIKA

$$\begin{aligned} M &= \sum M_i(F) = \sum z_i F_i \\ M &= \sum M_i(F) = \sum (z_i X_i - x_i Z_i) \\ M_{xz} &= \sum_i M_{xz}(F) = \sum_i (y_i Z_i - z_i Y_i), \\ M_{yz} &= \sum_i M_{yz}(F) = \sum_i (z_i X_i - x_i Z_i), \\ M_{xy} &= \sum_i M_{xy}(F) = \sum_i (x_i Y_i - y_i X_i). \end{aligned}$$

Zoran Golubović Milivoje Simonović Zoran Mitrović

M E H A N I K A
S T A T I K A

Beograd, 2019.

Autori:

Prof. dr Zoran Golubović, Mašinski fakultet, Beograd
Prof. dr Milivoje Simonović, Mašinski fakultet, Beograd
Prof. dr Zoran Mitrović, Mašinski fakultet, Beograd

MEHANIKA

Statika

Prvo izdanje

Recenzenti:

Prof. dr Josif Vuković, Mašinski fakultet, Beograd
Prof. dr Predrag Cvetković, Saobraćajni fakultet, Beograd

Izdavač:

Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu
11120 Beograd, Kraljice Marije 16,
telefon – 011 3370 350 i 3302 384, telefax: 011 3370 364

Za izdavača:Dekan, *prof. dr Radivoje Mitrović*

Glavni i odgovorni urednik: *prof. dr Milan Lečić*

Odobreno za štampu odlukom Dekana Mašinskog fakulteta u Beogradu br.20/2019 od 30.08.2019.godine

Štampa:

PLANETA PRINT
11000 Beograd, Ruzveltova 10, tel.: 011 3088129

Tiraž: 500 primeraka

© Autori i Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu.
Zabranjeno preštampavanje i umnožavanje. Sva prava
zadržavaju izdavač i autori.

P R E D G O V O R

Ovaj univerzitetski udžbenik plod je sistematskog sređivanja predavanja i vežbi koje su autori držali na Mašinskom fakultetu u Beogradu. Iskustvo stečeno u radu sa studentima ukazuje na to da je jedan ovakav udžbenik potreban.

Osim navedene literature korišćena su predavanja i pisani materijali pok. *prof. dr* Dragovana Blagojevića, profesora Mašinskog fakulteta u Beogradu.

Sadržaj udžbenika je u potpunoj saglasnosti sa planom i programom predmeta **Mehanika I** na Mašinskom fakultetu u Beogradu. Ovaj udžbenik može se koristiti i na onim fakultetima čiji programi obuhvataju materiju koja se po sadržaju i obimu može izložiti i sa manjim fondom časova.

Pri pisanju ovog udžbenika značajnu podršku i korisne sugestije dali su recenzenti *prof. dr* Josif Vuković i *prof. dr* Predrag Cvetković, zbog čega im se najsrdačnije zahvaljujemo. Zahvaljujemo se *doc. dr* Milanki Glišić na korisnim primedbama koje nam je u kontinuitetu davala pri završnom formiraju ove knjige. Posebnu zahvalnost dugujemo Jovanki Cvetković, *prof.*, koja je izvršila korekturu teksta.

I pored velike pažnje pri konačnom oblikovanju ovog udžbenika, svesni smo da su greške moguće. Bićemo zahvalni svakome ko nam na njih ukaže.

Autori

L I T E R A T U R A

- [1] Будник, Ф. Г.; Зингерман, Ю. М.; Селенский, Е. И.; *Сборник задач по теоретической механике*, Высшая школа, Москва, (1987).
- [2] Бутенин, А. В.; Лунц, Я. Л.; Мернин, Д. Р.; *Курс теоретической механики, том I*, Наука, Москва, (1979).
- [3] Voronkov, I. M.; *Teorijska mehanika*, Mašinski fakultet, Beograd, (1981).
- [4] Vujičić, V.; *Statika*, Zavod za izdavanje udžbenika SRS, Beograd, (1969).
- [5] Vujošević, L.; *Mehanika I – Statika*, NIO 'Pobjeda', Titograd, (1979).
- [6] Vujošević, L.; Blagojević, D.; *Zbirka rešenih zadataka iz Statike*, Naučna knjiga, Beograd, (1981).
- [7] Đurić, S.; *Mehanika I, Statika*, Mašinski fakultet, Beograd, (1988).
- [8] Gligorić, M.; Blagojević, D.; *Mehanika, Statika – Kinematika – Dinamika*, Beograd, (1995).
- [9] Йаблонский, А. А.; Никифорова, В. М.; *Курс теоретической механики*, Высшая школа, Москва, (1977).
- [10] Кепе, О. Э.; *Сборник коротких задач по технической механике*, Высшая школа, Москва, (1989).
- [11] Колесников, К. С.; *Сборник задач по технической механике*, Наука, Москва, (1983).
- [12] Кострикин, М. И.; *Задачник по технической механике*, Высшая школа, Москва, (1968).
- [13] Lukačević, M.; Čović, V.; *Statika*, Građevinska knjiga, Beograd, (1991).
- [14] Meriam, J. L.; Kraige, L. G.; *Engineering Mechanics, Statics*, John Wiley and Sons, (1987).
- [15] Mešćerski, I. V.; *Zbirka zadataka iz teorijske mehanike* (prevod sa ruskog), Građevinska knjiga, Beograd, (1979).
- [16] Никитин, Н. Н.; *Курс теоретической механики*, Высшая школа, Москва, (1990).
- [17] Pašić, H.; *Statika*, Svjetlost, Sarajevo, (1985).
- [18] Rašković, D.; *Zbirka zadataka iz Mehanike II*, Zavod za izdavanje udžbenika SRS, Beograd, (1966).
- [19] Rusov, L.; *Mehanika I – Statika*, Naučna knjiga, Beograd, (1989).
- [20] Шимкович, А. А.; *Теоретическая механика*, Высшая школа, Минск, (1981).

S A D R Ž A J

1. Uvod.....	1
2. Pojmovi i definicije.....	4
2.1. Sila	4
2.2. Njutnovi zakoni.....	4
2.3. Ortogonalna projekcija sile na osu i ravan.....	6
2.4. Analitički način određivanja sile.....	7
2.5. Sistem sila. Rezultanta. Uravnotežavajuća sila.....	9
2.6. Poligon sila. Glavni vektor	10
2.7. Projekcija glavnog vektora na osu	12
2.8. Analitički način određivanja glavnog vektora	12
2.9. Aksiome statike.....	14
2.10. Vezano telo. Reakcije veza	19
2.11. Princip oslobođanja od veza.....	20
2.12. Primeri idealnih veza	21
2.13. Osnovni zadaci statike	24
Zadaci	25
3. Sistem sučeljnih sila.....	29
3.1. Geometrijski način slaganja sistema sučeljnih sila	29
3.2. Analitički način određivanja rezultante sistema sučeljnih sila	31
3.3. Uslovi ravnoteže sistema sučeljnih sila	32
3.3.1. Geometrijski uslovi ravnoteže sistema sučeljnih sila.....	32
3.3.2. Analitički uslovi ravnoteže sistema sučeljnih sila	33
3.4. Teorema o tri neparalelne sile	34
3.5. Razlaganje sile	35
Zadaci	38
4. Moment sile	52
4.1. Moment sile za tačku	52
4.1.1. Vektorski izraz momenta sile za tačku	53
4.1.2. Osobine momenta sile za tačku.....	53

4.1.3. Analitički izraz momenta sile za tačku	55
4.2. <i>Varinjona</i> ova teorema o momentu rezultante prostornog sistema sučeljnih sila	56
4.3. Moment sile za osu	57
4.4. Glavni moment sistema sila za tačku i osu	59
4.4.1. Analitički način određivanja glavnog momenta sistema sila	61
Zadaci	62
5. Spreg sila.....	64
5.1. Slaganje dveju paralelnih sila	64
5.2. Spreg sila.....	68
5.3. Ekvivalentnost spregova sila.....	71
5.4. Slaganje spregova sila.....	74
5.5. Uslovi ravnoteže sistema spregova sila	77
Zadaci	77
6. Osnovne teoreme Statike	80
6.1. Teorema o paralelnom prenošenju sile	80
6.2. Osnovna teorema Statike	82
Zadaci	84
7. Svođenje sistema sila na prostiji oblik	87
7.1. Promena glavnog momenta pri promeni redukcione tačke.....	87
7.2. Statičke invarijante.....	88
7.3. Svođenje sistema sila na prostiji oblik	89
7.3.1. Uslovi ravnoteže proizvoljnog prostornog sistema sila	90
7.3.1.1. Uslovi ravnoteže posebnih sistema sila.....	91
7.3.1.1.1. Uslovi ravnoteže proizvoljnog sistema sila i spregova sila	91
7.3.1.1.2. Uslovi ravnoteže prostornog sistema paralelnih sila	91
7.3.1.1.3. Uslovi ravnoteže prostornog sistema sučeljnih sila.....	92
7.3.1.1.4. Uslovi ravnoteže ravnog sistema sila	92
7.3.1.1.4.a. Prvi (osnovni) oblik uslova ravnoteže	92
7.3.1.1.4.b. Drugi oblik uslova ravnoteže	93
7.3.1.1.4.c. Treći oblik uslova ravnoteže	94
7.3.1.1.4.1. Uslovi ravnoteže posebnih sistema sila u ravni.....	94
7.3.1.1.4.1.a. Uslovi ravnoteže ravnog sistema sila i spregova sila	94

7.3.1.1.4.1.b. Uslovi ravnoteže ravnog sistema paralelnih sila	95
7.3.1.1.4.1.c. Uslovi ravnoteže ravnog sistema sučeljnih sila.....	96
7.3.1.1.4.2. Ravnoteža vezanog tela opterećenog ravnim sistemom sila	96
7.3.1.1.4.3. Ravnoteža sistema tela opterećenog ravnim sistemom sila	98
7.3.2. Svođenje prostornog sistema sila na spreg sila.....	100
7.3.3. Svođenje prostornog sistema sila na rezultantu	101
7.3.4. Svođenje prostornog sistema sila na dinamu	103
7.3.4.1. Jednačina centralne ose sistema sila. Jednačina napadne linije rezultante.....	106
7.3.5. Svođenje prostornog sistema sila na krst sila.....	108
7.4. <i>Varinjonova teorema o momentu rezultante</i> proizvoljnog prostornog sistema sila	110
Zadaci	111
 8. Statički nosači	138
8.1. Vrste opterećenja	138
8.1.1. Određivanje reakcije veze uklještenog tela.....	140
8.2. Osnovni statički nosači	141
8.3. Osnovne statičke veličine u poprečnom preseku nosača	143
8.4. Prosta greda opterećena koncentrisanim opterećenjem	149
8.5. Prosta greda opterećena poprečnom ekscentričnom silom	152
8.6. Prosta greda opterećena poduznom ekscentričnom silom	154
8.7. Diferencijalne veze između momenta savijanja, transverzalne sile i specifičnog opterećenja.....	156
8.8. Prosta greda opterećena linearno raspoređenim opterećenjem	160
8.9. Ravni rešetkasti nosači.....	163
8.10. Određivanje sila u štapovima metodom ravnoteže čvorova	164
8.11. Određivanje sila u štapovima <i>Riterovom</i> metodom	165
8.11.1. Primena <i>Riterove, Kremonine</i> i metode ravnoteže čvorova	165
Zadaci	171
 9. Trenje	191
9.1. Osnovni pojmovi.....	191
9.2. Trenje klizanja	192
9.3. Ugao trenja klizanja. Konus trenja klizanja	194
9.4. Trenje klizanja užeta o cilindričnu površ	195
9.5. Trenje kotrljanja.....	197

9.6. Trenje obrtanja	201
Zadaci	201
10. Težište	213
10.1. Određivanje položaja centra (središta) sistema vezanih paralelnih sila.....	213
10.2. Težište tela	215
10.3. Metode za određivanje težišta homogenih tela	218
10.3.1. Metoda simetrije homogenih tela.....	218
10.3.1.a Određivanje težišta tela koje ima ravan simetrije.....	218
10.3.1.b Određivanje težišta tela koje ima osu simetrije.....	219
10.3.1.c Određivanje težišta tela koje ima centar simetrije	220
10.3.2. Računska metoda određivanja položaja težišta tela.....	221
10.3.3. Metoda rastavljanja	222
10.3.4. Metoda "negativnih" težina.....	223
10.3.5. Eksperimentalne metode za određivanje težišta tela.....	224
10.4. Guldinove teoreme	226
10.5. Težište tetraedra	227
Zadaci	229
Literatura.....	237